

МОДЕЛЬ СОПРОТИВЛЕНИЯ СРЕЗУ БЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ, АРМИРОВАННЫХ СТЕРЖНЯМИ ИЗ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИТОВ

В. В. Тур¹, А. П. Воробей²

¹ Д. т. н., профессор, заслуженный работник образования Республики Беларусь, заведующий кафедрой технологии бетона и строительных материалов Брестского государственного технического университета, Брест, Беларусь, e-mail: profvturvic@gmail.com

² Магистр технических наук, ассистент кафедры архитектуры Брестского государственного технического университета, Брест, Беларусь, e-mail: mag01414@g.bstu.by

Реферат Введение

Проблема сопротивления срезу железобетонных элементов без поперечного армирования по-прежнему остаётся одной из наиболее дискуссионных в теории конструкций из бетона. Новый интерес к проблеме возник в связи применением в конструкциях из бетона в качестве продольной арматуры стержней из полимерных композитов (FRP). Рассмотрены модели сопротивления срезу, внесенные в нормативные документы и сформулированные в виде предложений для элементов, армированных стальными стержнями и стержнями из FRP. Показано, что для формулирования модели сопротивления срезу элементов, армированных FRP в качестве основы, может быть принята теория критической наклонной трещины (CSCT). Однако её положения не могут быть применены напрямую без соответствующих корректировок, в частности касающихся определения ширины раскрытия критической наклонной трещины.

Материалы и методы

Для определения сопротивления срезу самонапряженных бетонных элементов, армированных стержнями из полимерных композитов, разработана модифицированная модель. Данная модель, использующая итерационную процедуру, позволяет определять отдельный вклад в полное сопротивление срезу каждой из основных его составляющих, с учетом формы потенциальной наклонной трещины, принятой в соответствии с положениями теории критической трещины среза (CSCT), а также ширины раскрытия наклонной трещины на уровне продольного армирования, определенной по закону «сцепление-проскальзывание» для FRP-стержней.

Результаты

Предложенная модифицированная модель сопротивления срезу верифицирована на фоне опытных данных, полученных как в собственных исследованиях, так и другими авторами (база данных включала 374 элемента). Основываясь на результатах параметрического исследования, предложен феноменологический критерий сопротивления срезу для гибких элементов, армированных стержнями из полимерных композитов, на основе которого разработана упрощенная расчетная модель, позволяющая определять сопротивление срезу бетонных элементов, армированных FRP-стержнями, без необходимости расчета всех составляющих перерезывающей силы.

Выводы

Представленная модель сопротивления срезу гибких самонапряженных элементов, армированных стержнями из полимерных композитов, отражает физическую сущность явления среза, применима к различным случаям и схемам нагружения.

Ключевые слова: сопротивление срезу, закон «сцепление-проскальзывание», модель CSCT, FRP-стержни, напрягающий бетон, балочные элементы, критерий сопротивления срезу.

MODEL OF SHEAR RESISTANCE OF CONCRETE ELEMENTS REINFORCED WITH FRP BARS

V. V. Tur, A. P. Varabei

Abstract Introduction

The problem of shear resistance of reinforced concrete elements without transverse reinforcement remains, as before, one of the most controversial in the theory of concrete structures. A new interest in the problem arose in connection with the use of polymer composite (FRP) bars as longitudinal reinforcement in concrete structures. The models of shear resistance included in the regulatory documents and formulated as proposals for elements reinforced with steel bars and FRP bars are considered. It is shown that the critical shear crack theory (CSCT) can be adopted as a basis for formulating a model of shear resistance of FRP-reinforced elements. However, its provisions cannot be applied directly without appropriate adjustments, in particular, regarding the determination of the width of the opening of a critical crack.

Materials and methods

To determine the shear strength of self-stressed concrete elements reinforced with FRP bars, a modified model has been developed. This model, using an iterative procedure, makes it possible to determine a separate contribution to the total shear strength of each of its main components, taking into account the shape of the potential inclined crack, adopted in accordance with the provisions of the Critical Shear Crack Theory (CSCT), as well as the width of the opening of the inclined crack at the level of the longitudinal reinforcement, determined according to the law of "bond-slip" for FRP bars.

Results

The reliability of the proposed modified shear resistance model is confirmed by comparing the calculation results with the results of our own experimental data, and with the results of research by various authors (database). Based on the results of a parametric study, a phenomenological shear resistance criterion for flexible elements reinforced with polymer composite bars was proposed, on the basis of which a simplified design model was developed that allows determining the shear resistance of concrete elements reinforced with FRP bars without the need to calculate all components of the shear force.

Conclusions

The proposed model of shear resistance of flexible self-stressed elements reinforced with FRP bars reflects the physical essence of the shear phenomenon and is applicable to various cases and loading schemes.

Keywords: shear resistance, "bond-slip" law, CSCT model, FRP bars, expansive concrete, beam elements, shear resistance criterion.

Введение

Сопротивление срезу железобетонных элементов, в частности выполняемых без поперечного армирования, остаётся по-прежнему одной из наиболее дискуссионных проблем современной теории железобетона. Основываясь на результатах экспериментальных

исследований (к настоящему времени накоплены обширные базы данных, содержащие результаты испытаний на срез армированных бетонных элементов), предложен ряд эмпирических и полуэмпирических расчетных моделей сопротивления срезу [1–22], внесенных либо претендующих на внесение в нормативные документы. Следует

отметить, что практически все известные модели сопротивления срезу элементов без поперечного армирования не являются универсальными и показывают при определенных условиях значительные расхождения с опытными данными, что является следствием как неопределенностей собственно расчетных моделей, так и некоторых базисных переменных, включенных в модели. Новым этапом исследования феномена среза послужило применение в бетонных элементах, в качестве продольного армирования, стержней из полимерных композитов (англ. Fiber Reinforced Polymer – FRP). Однако в силу того, что стержни из полимерных композитов (за малым исключением, например, CFRP или UHCFRP) обладают специфическими механическими характеристиками (в частности, сочетанием высокой прочности при низком модуле упругости и практически линейной диаграмме « σ - ϵ »), возник закономерный вопрос о возможности применения расчетных моделей сопротивления срезу, полученных для проектирования элементов со стальным продольным армированием, к элементам, армированным FRP-стержнями.

В большинстве случаев модификацию традиционных моделей сопротивления срезу для проектирования элементов армированных FRP выполняют путём простого умножения коэффициента продольного армирования на коэффициент, определяемый как отношение модулей упругости FRP и стали, или через введение целого набора эмпирических коэффициентов. Такие подходы приняты при составлении норм ACI 440. R-03 [1], ISIS-M03-01 [2], JSCE 97 [3], GB50608-10 [4], BISE-99 [5], CNR-DT203-2006 [6], CAN/CSA-S6 [7], ACI 318-19 [8], EN2 [9], prEN2 [10], в которых расчетные модели сопротивления срезу для элементов, армированных FRP, повторяют модели элементов со стальным армированием с введением модифицирующих коэффициентов.

Другая группа полумпирических расчетных моделей сопротивления срезу опирается на положения модифицированной теории сжатых полей (MCFT) [23]. К ним относятся модели, внесенные в нормативные документы, такие как ACI 440. R-03 [1], ACI 440-15 [11], ISIS-M03-01 [2], GB50608-10 [4], AASHTO LRFD-2017 [12], CNR-DT203-2006 [6], CAN/CSA-S6 [7], ACI 318-19 [8], CAN/CSA-S806-2012 [13], а также расчетные модели, предложенные Danying Gao и др. [14], El-Sayed и др. [15] (является упрощением модели ACI 440. R-03 [1]), Baghi и др. [16] и Hoult и др. [17].

В расчетных моделях сопротивления срезу, включенных в стандарты ACI 440-15 [11], GB 50608-10 [4], а так же в расчетных зависимостях, полученных Danying Gao и др. [14], реализована модификация, предложенная Tureyen и Frosh [24], которая опирается на предположку о снижении сопротивления срезу бетонных элементов, армированных FRP-стержнями, по сравнению с элементами со стальным армированием, за счет сокращения высоты сжатой зоны сечения.

Проверка сопротивления срезу элементов без поперечного армирования, включенная в проект документа prEN1992-1-1 [10], базируется на т. н. механической модели, полученной при использовании положений теории критической трещины среза (CSCT) [25].

Зависимости для расчета сопротивления срезу бетонных элементов, армированных полимерными композитами, предложенные в работе Magi и др. [18], основаны на положениях модели «подкосы и тяжи» (англ. «strut and tie»), применение которой рационально при проектировании высоких балок и при малых пролётах среза. Применение данной модели позволяет несколько сгладить влияние размерного фактора, но даёт неоправданные запасы при проектировании гибких балок.

Nehdi и др. [19] предложена расчетная модель с использованием генетического алгоритма (англ. Genetic algorithm) на фоне базы экспериментальных данных, которая содержит 68 бетонных элементов, армированных стеклопластиковой арматурой.

Kara [20] разработал расчетную модель, опираясь на результаты испытаний 110 бетонных элементов, армированных FRP-стержнями, используя подход на основе генетического алгоритма (GA) при применении программировании экспрессии генов (GFP).

Zang и др. [21] предложено решение в замкнутой формы для расчета сопротивления срезу при использовании механики сегментарного подхода.

Ali и др. [22] была предложена модель, разработанная на основе многомерной нелинейной регрессии экспериментальных данных, с использованием степенного уравнения. Все перечисленные зависимости были подвергнуты предварительному статистическому анализу на фоне опытных данных (база данных из 374 элементов).

Принимая во внимание все недостатки и преимущества проанализированных данных предложенных расчетных моделей сопротивления срезу железобетонных элементов и бетонных элементов, армированных FRP-стержнями, была разработана модифицированная расчетная модель сопротивления срезу самонапряженных бетонных элементов, армированных FRP-стержнями, которая опирается на базовые положения теории критической трещины среза CSCT [25] и закон «сцепление-проскальзывание» для FRP-стержней, включенная в *fib* MC 2010 [26], использованный при расчете ширины раскрытия критической трещины, наклонной к продольной оси элемента на уровне продольного армирования.

Применение напрягающего бетона в элементах, армированных стержнями из полимерных композитов, связано с особенностями основных деформационных и прочностных характеристик стержней (высокая прочность при низком модуле упругости), которые оказывают существенное влияние при проверках предельных состояний эксплуатационной пригодности. Предварительное натяжение FRP-стержней физико-химическим способом позволит повысить жесткостные характеристики элемента, тем самым повысив эффективность работы армирующих стержней.

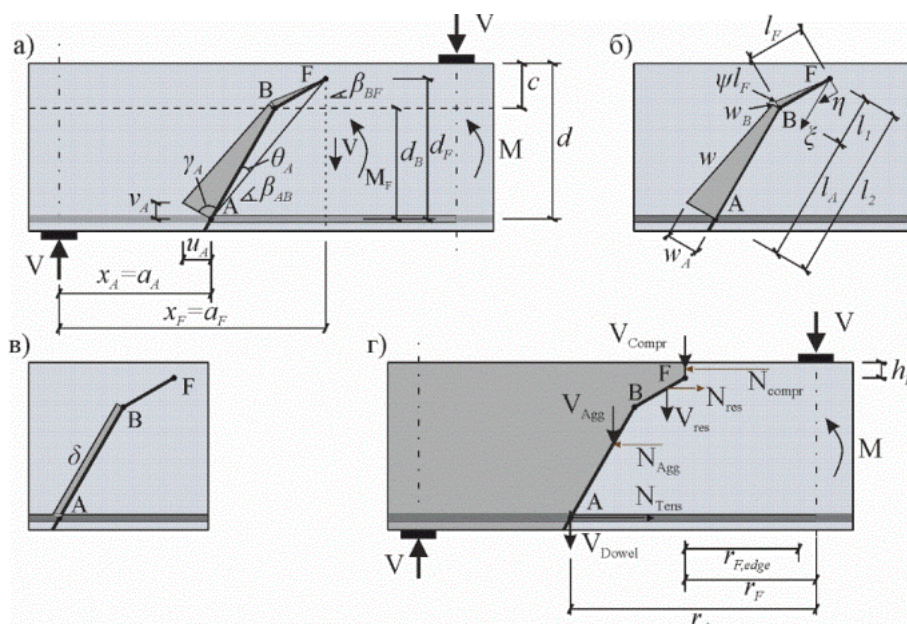
В данной статье представлена модифицированная модель сопротивления срезу самонапряженных бетонных элементов, армированных FRP, результаты верификации данной модели на фоне собственных экспериментальных данных и результатов исследований различных авторов, а также феноменологический критерий сопротивления срезу и, разработанная на его основе, упрощенная расчетная модель.

Материалы и методы

Предпосылки и допущения модели

Как следует из результатов анализа расчетных моделей, выполненного на фоне опытных данных и представленного в работе [27], наиболее рациональный подход к разработке модели сопротивления срезу гибких балочных элементах, армированных стержнями из полимерных композитов, может быть основан на положениях механической модели CSCT [28]. Согласно положениям этой модели, сопротивление срезу гибкого элемента без поперечного армирования может быть представлено как сумма наиболее значимых составляющих, включая поперечную силу, воспринимаемую за счёт остаточных растягивающих напряжений V_{Res} , сопротивление срезу за счёт зацепления по берегам трещины V_{Agg} , нагельный эффект продольной арматуры V_{Dowel} и сопротивление срезу сжатого подкоса V_{Comp} , наклонного к продольной оси элемента [29–32]. Общий вклад всех составляющих сопротивления срезу будет зависеть от формы и кинематики потенциальной критической трещины среза (рисунок 1), параметры которой были исследованы и описаны в работе [29]. Как следует из [29] все составляющие сопротивления срезу зависят в конечном итоге от одних и тех же механических параметров (прочности бетона на сжатие, эффективной высоты сечения, максимального размера зерна заполнителя и, главным образом, ширины раскрытия критической трещины).

Теория критической трещины среза (CSCT) основана на предпосылке о том, что сопротивление срезу гибкого железобетонного элемента без поперечного армирования и его деформационная способность связаны критерием разрушения, в соответствии с которым повышение деформативности (при увеличении ширины раскрытия критической трещины) ведёт к снижению сопротивления срезу. При этом одним из основных допущений модели CSCT является то, что ширина раскрытия критической трещины среза пропорциональна произведению продольных деформаций в контрольном сечении и эффективной высоты элемента $w \propto \epsilon_s \cdot d$. Следует отметить, что данная форма записи $\epsilon_s \cdot d$ предполагает равномерное распределение относительных деформаций ϵ_s на некоторой длине l_b . Другими словами принятие данного допущения равносильно тому, что в стадии установившегося трещинообразования на этом участке практически происходит проскальзывание арматуры относительно бетона. Согласно результатам исследований, представленных в [31], трещины на длине l_b (предполагается, что это расстояние практически постоянное при пиковой нагрузке [31]) могут развиваться на уровне продольной арматуры, после чего они сливаются, и сумма всех трещин, относящихся к критической трещине среза, даёт приблизительно линейный профиль горизонтальной составляющей ширины раскрытия трещины по вертикали.



а) кинематика и перемещение краёв трещины в соответствии с принятой трещиной;

б) раскрытие трещины W перпендикулярно поверхности трещины; в) скольжение трещины δ ; г) равновесие внешних и внутренних сил

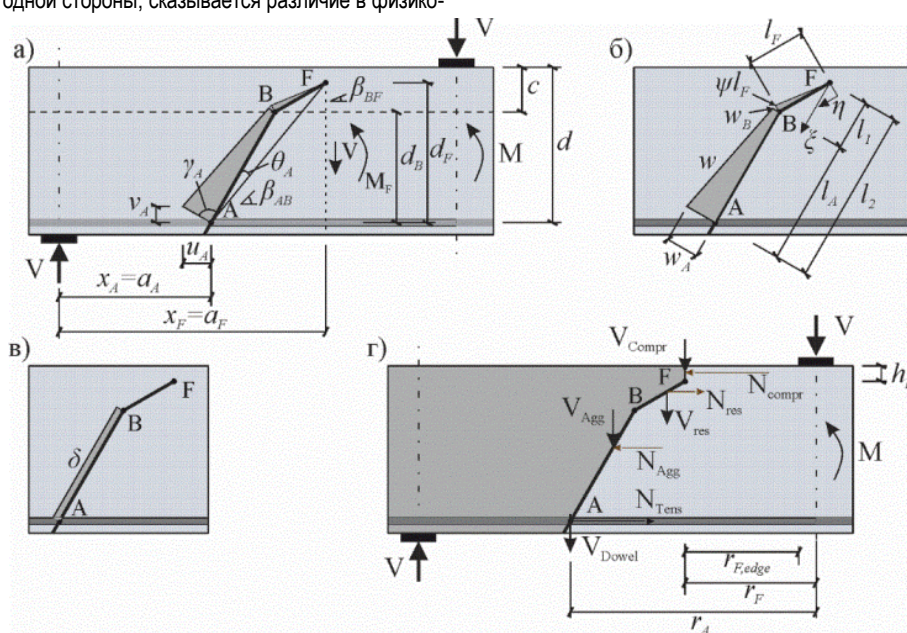
Рисунок 1 – Форма и кинематика критической трещины среза по CSCT [31]

Данное допущение, принятое в расчетной модели CSCT, связано с тем, что ширина раскрытия критической наклонной трещины примерно на уровне центра тяжести сечения имеет большее раскрытие, чем на уровне продольной арматуры [25, 33], что не позволяет рассчитывать ширину раскрытия трещины на различном уровне высоты сечения через угол поворота трещины ψ , где центр поворота находится приблизительно в вершине наклонной трещины.

Принимая во внимание, что длина l_b получена по результатам экспериментальных исследований сопротивления срезу железобетонных элементов, возникает сомнение о возможности прямого применения данной модели к бетонным элементам, армированным стержнями из полимерных композитов. В первую очередь это связано с тем, что для элементов, армированных стержнями из полимерных композитов, наблюдается несколько иная картина образования и развития трещин. С одной стороны, сказывается различие в физико-

механических свойствах стержней, а с другой – свойственные стержням из полимерных композитов законы сцепления, описывающие связь между касательными напряжениями и перемещениями.

В предложенной модифицированной расчетной модели сопротивления срезу элементов, армированных FRP, предлагается определять горизонтальную составляющую ширины раскрытия наклонных трещин u_A по физическому закону «сцепление-проскальзывание» для FRP-стержней, включенную в *fib* Model Code 2010 [26], а также заменить фактическое распределение ширины раскрытия критической трещины, наклонной к продольной оси элемента w (рисунок 2а) на эквивалентное среднее значение \bar{W} (рисунок 2б). При этом, ширина раскрытия трещины w'_A будет отличаться от w_A на коэффициент k_w (рисунок 2б).



а) раскрытие трещины w перпендикулярно поверхности трещины; б) эквивалентное среднее значение \bar{W}

Рисунок 2 – Форма и кинематика наклонной трещины по предложенной модели

Расчетные уравнения

Согласно принятому закону «сцепление-проскальзывание», горизонтальная составляющая ширины раскрытия наклонных трещин u_A в зависимости от усилия (напряжения) в продольной арматуре определяется из следующего выражения:

$$u_A = 2 \cdot s(l_b), \quad (1)$$

где $s(l_b)$ – величина смещения арматурного стержня относительно бетонного блока в зависимости от длины зоны передачи напряжения вдоль продольной арматуры.

Смещение FRP-стержня относительно бетонного блока $s(l_b)$ определяется по модифицированному закону “bond-slip”, предложенного Eligehausen et al [26, 34] (рисунок 3), и процедуре определения длины передачи напряжений вдоль FRP-стержней, предложенной Cosenza et al [35].

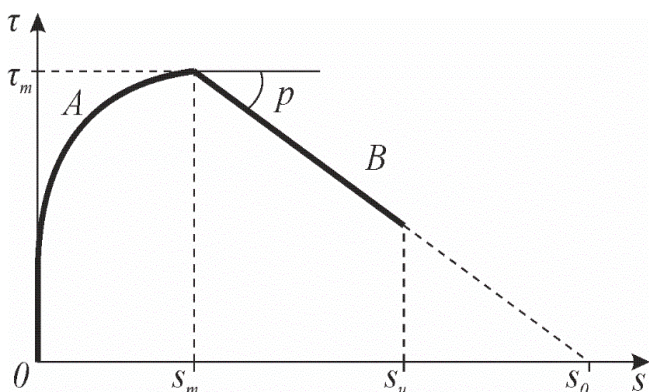


Рисунок 3 – Модифицированный закон “τ-s” [34]

В предложенной расчетной модели потенциальная трещина среза была аппроксимирована билинейной формой, состоящей из квази-вертикальной части (отрезок АВ на рисунке 2) и квази-горизонтальной части (отрезок BF на рисунке 3), подобно тому, как это было принято в модели C SCT [29] (рисунок 1). Опираясь на результаты экспериментальных исследований [29], угол наклона квази-вертикального сегмента АВ может быть представлен следующим выражением:

$$\beta_{AB} = \frac{\pi}{4} \cdot \left(1 + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{M_{Ed,A}}{V_{Ed,A} \cdot d} \right)^{1/3} \right), \quad (2)$$

где $M_{Ed,A}$ – расчетное значение изгибающего момента в расчетном сечении А от соответствующего сочетания воздействий;

$V_{Ed,A}$ – расчетная поперечная сила в расчетном сечении А от соответствующего сочетания воздействий;

Для назначенного расчетного сечения, ширину раскрытия наклонной трещины начинают с определения растягивающих напряжений в арматурных стержнях σ_s по следующей зависимости:

$$\sigma_s = \left(\frac{(M_{Ed,A} - M_{ce})}{z} + \frac{V_{Ed,A}}{2} \cdot \cot \beta_{AB} \right) \cdot \frac{1}{A_s}, \quad (3)$$

где $z = 0,9 \cdot d$;

A_s – площадь продольного армирования;

M_{ce} – момент декомпрессии, определенный с учетом начальных сжимающих напряжений.

В зависимости от значений растягивающих напряжений σ_s , выделяются два расчетных случая: 1 случай – если $0 < \sigma_s \leq \sigma_1$ (восходящая ветвь диаграммы “τ-s” (рисунок 3), где σ_1 – растягивающие напряжения в арматурных стержнях, соответствующие смещению s_m (пиковой точки диаграммы “τ-s”)); 2 случай – если $\sigma_1 < \sigma_s \leq \sigma_2$ (нисходящая ветвь диаграммы “τ-s” (рисунок 3), где σ_2 – растягивающие напряжения в арматурных стержнях, соответствующие смещению s_0 (рисунок 3)).

Значения растягивающих напряжений σ_1 и σ_2 , согласно [35], определяются по выражениям (4) и (5), соответственно.

$$\sigma_1 = \sigma(s_m) = \sqrt{\frac{8 \cdot E_f \cdot \tau_m \cdot s_m}{\varnothing \cdot (1 + \alpha)}}, \quad (4)$$

где E_f – модуль упругости FRP стержня;

\varnothing – диаметр арматурного стержня;

τ_m – максимальное напряжение сцепления, равный 14,65 МПа согласно [35];

s_m – смещение, соответствующее максимальному напряжению сцепления, равный 0,253 мм по [179];

α – параметр модифицированного закона “τ-s”, равный 0,245 согласно [35].

$$\sigma_2 = \sigma(s_0) = \sqrt{\frac{8 \cdot E_f \cdot A_{\tau,max}}{\varnothing}}, \quad (5)$$

где $A_{\tau,max} = \frac{\tau_m \cdot s_m}{1 + \alpha} + \frac{\tau_m \cdot s_m}{p}, \quad (6)$

p – параметр модифицированного закона “τ-s”, равный 0,128 согласно [35].

Первый случай ($0 < \sigma_s \leq \sigma_1$)

Значение величины смещения $s(l_b)$, соответствующее напряжениям в арматурных стержнях $0 < \sigma_s \leq \sigma_1$, определяется по следующему выражению, согласно [35]:

$$s(l_b) = \left[\frac{2 \cdot \tau_m}{E_f \cdot \varnothing \cdot s_m^\alpha} \cdot \frac{(1 - \alpha)^2}{(1 + \alpha)} \right]^{1/(1 - \alpha)} \cdot l_b^{2/(1 - \alpha)} \leq s_m, \quad (7)$$

где l_b – длина зоны передачи напряжений вдоль продольной арматуры, которая определяется по зависимости (9):

$$l_b = l_0 \cdot \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_s} \right)^{2 \cdot \alpha / (1 + \alpha)} \cdot \left[\frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} \right], \quad (8)$$

$$l_0 = l_0(\sigma_s) = \frac{\varnothing \cdot \sigma_s}{4 \cdot \tau_m}, \quad (9)$$

Далее горизонтальная составляющая ширины раскрытия наклонной трещины u_A определяется по выражению (1).

Второй случай ($\sigma_1 < \sigma_s \leq \sigma_2$)

В этом случае величина смещения определяется из следующего выражения, согласно [35]:

$$s(l_b) = \frac{1}{p} \left[1 + p - \cos(w \cdot (l_b - l_m)) + \sqrt{\frac{2 \cdot p}{1 + \alpha}} \cdot \sin(w \cdot (l_b - l_m)) \right] \cdot s_m, \quad (10)$$

$$\text{где } w = \frac{1}{l_m} \cdot \sqrt{2 \cdot p} \cdot \frac{(1 + \alpha)}{(1 - \alpha)}, \quad (11)$$

$$l_m = \frac{\sigma_1 \cdot \varnothing}{4 \cdot \tau_m} \cdot \frac{(1 + \alpha)}{(1 - \alpha)}, \quad (12)$$

$$l_b = l_m \cdot \left[1 + \sqrt{\frac{(1 - \alpha)^2}{2 \cdot p \cdot (1 + \alpha)}} \cdot \left(\begin{array}{l} \arcsin \sqrt{\frac{A_{\tau 2}}{A_{\tau \max}}} - \\ - \arcsin \sqrt{1 - \frac{\varnothing \cdot \sigma_s^2}{8 \cdot E_f \cdot A_{\tau \max}}} \end{array} \right) \right], \quad (13)$$

Как и в первом случае горизонтальная составляющая ширины раскрытия наклонной трещины u_A определяется по выражению (1).

Далее определяется ширина раскрытия наклонной трещины w_A в выбранном сечении по следующей зависимости:

$$w_A = u_A \cdot \sin \beta_{AB}, \quad (14)$$

Исходя из допущения, что $w \approx \bar{w}$, изложенном ранее (рисунок 2), ширина раскрытия трещины, наклонной к продольной оси на уровне продольной арматуры заменяется эквивалентным средним значением ширины раскрытия w'_A :

$$w'_A = w_A \cdot k_w, \quad (15)$$

где k_w – коэффициент, принимаемый для определения эквивалентного среднего значения ширины раскрытия наклонной трещины. Опираясь на результаты собственных экспериментальных данных [36], которые подтверждают положение, принятое в расчетной модели, что ширина раскрытия наклонной трещины больше примерно на уровне центра тяжести сечения, чем на уровне продольной арматуры, было выявлено, что независимо от типа армирования коэффициент $k_w = 2,7$.

Стоит отметить, что согласно результатам собственных экспериментальных исследований [36], данная особенность раскрытия наклонной трещины была зафиксирована в балочных элементах, армированных FRP-стержнями и стальной арматурой, независимо от наличия самоупрочнения бетона и схемы нагружения [36].

Принимая во внимание форму и кинематику трещины, наклонной к продольной оси (рисунок 2), а также допущения, принятые в расчетной модели, определяется вклад всех составляющих сопротивления срезам элементов, армированных FRP-стержнями (остаточные растягивающие напряжения бетона V_{Res} , зацепления по берегам наклонной трещины V_{Agg} , нагельный эффект V_{Dowel} и наклонный сжатый бетонный подкос V_{Comp}), с учетом эквивалентного среднего значения ширины раскрытия наклонной трещины w'_A .

Остаточные растягивающие напряжения бетона

Так, для определения остаточных растягивающих напряжений бетона используется зависимость Reinhardt [37], которая также принята и в расчетной модели CSCT [25] и имеет следующий вид:

$$\sigma_{res} = f_{ct} \cdot \left(1 - \left(\frac{w}{w_c} \right)^{0,31} \right), \quad (16)$$

где w_c – максимальная ширина раскрытия трещины для передачи напряжений, определяемая по следующему выражению [37]:

$$w_c = \frac{G_F}{f_{ct}} \cdot \frac{(1 + 0,31)}{0,31}, \quad (17)$$

В выражении (18) энергия разрушения бетона G_F может быть рассчитано в соответствии с *fib Model Code 2010* [26] по следующему выражению:

$$G_F = 0,073 \cdot f_c^{0,18}, \quad (18)$$

где f_c – цилиндрическая прочность бетона при сжатии.

В выражениях (16–17) прочность бетона при растяжении f_{ct} зависит от цилиндрической прочности бетона при сжатии и определяется по следующему выражению:

$$\begin{aligned} f_{ct} &= 0,3 \cdot f_c^{2/3}, \quad \text{при } f_c < 50 \text{ МПа} \\ f_{ct} &= 0,3 \cdot (50 \cdot f_c)^{1/3}, \quad \text{при } f_c \geq 50 \text{ МПа} \end{aligned} \quad (19)$$

Стоит отметить, что остаточные растягивающие напряжения бетона интегрируются по квази-горизонтальному участку BF (рисунок 2):

$$V_{Res} = \int_0^{l_{F1}} \sigma_{res} \cdot b \cdot \cos \beta_{BF} \cdot d\eta, \quad (20)$$

где b – ширина элемента;

β_{BF} – угол наклона квази-горизонтального участка наклонной трещины. Согласно модели CSCT [25] угол $\beta_{BF} = 22,5^\circ$;

η – переменная интегрирования;

l_{F1} – предел интегрирования;

При интегрировании напряжений возможно два случая [25]: 1) когда нормальные напряжения развиваются по всей длине сегмента BF (рисунок 3), тогда $l_{F1} = l_F$; 2) когда нормальные напряжения развиваются только вблизи вершины трещины ($w_B \geq w_c$, рисунок 2), тогда l_{F1} определяется по выражению:

$$l_{F1} = \frac{w_c}{w_B} \cdot l_F, \quad (21)$$

где l_F – длина квази-горизонтального сегмента наклонной трещины BF (рисунок 2). Согласно модели CSCT [25] $l_F = d / 6$ (d – эффективная высота сечения элемента);

w_B – ширина раскрытия квази-горизонтального сегмента наклонной трещины BF (рисунок 2). В расчетной модели ширина раскрытия w_B зависит от ширины раскрытия наклонной трещины на уровне продольной арматуры и определяется как

$$w_B = K_A \cdot w_A, \quad (22)$$

где K_A – коэффициент, связывающий ширину раскрытия квази-горизонтального сегмента трещины BF и ширину раскрытия наклонной трещины на уровне продольного армирования. По результатам исследования восемнадцати наклонных трещин, образованных в ходе статических испытаний балочных элементов при различных условиях нагружения [36], было определено, что среднее значение коэффициента $K_A = 0,9$ независимо от типа армирования и наличия самоупрочнения бетона.

Интегрируя выражение (20) с учетом выражения (21), вклад остаточных растягивающих напряжений бетона в сопротивление срезам примет следующий вид:

$$V_{Res} = \frac{I_F \cdot b \cdot \cos \beta_{BF} \cdot G_F}{w_B}, \quad (23)$$

Зацепление по берегам наклонной трещины

Составляющая поперечной силы V_{Agg} воспринимаемая за счет зацепления по берегам наклонной трещины может составлять от 22 до 59 % от полной поперечной силы $V_{C,R}$. В связи с данным явлением существует множество различных моделей, описывающих напряженное состояние контакта, которые подробно рассмотрены в монографии [38]. В основном все исследуемые модели, изложенные в работе [39], рассматривают зависимость между нормальными и касательными напряжениями, воспринимаемыми сечением с трещиной как функцию от нормальных и тангенциальных перемещений, развивающихся в плоскости скольжения.

Одним из таких подходов, который базируется на работах Warlaven и Reinhardt [40] и собственных экспериментальных данных, является параболическая зависимость, предложенная Vecchio и Collins [23]. Данная зависимость, связывающая нормальные σ и касательные τ напряжения, действующие в сечении с трещиной, имеет следующий вид:

$$\frac{\tau}{\tau_{max}} = 0,18 + 1,64 \cdot \frac{\sigma}{\tau_{max}} - 0,82 \cdot \left(\frac{\sigma}{\tau_{max}} \right)^2, \quad (24)$$

где $\tau_{max} = \frac{\sqrt{f_c}}{0,3 + \frac{24 \cdot w}{16 + d_g}}$, (25)

d_g – максимальный размер крупности заполнителя бетона.

Учитывая то обстоятельство, что в большинстве практических случаев эффект от действия на плоскость скольжения нормальных сжимающих напряжений σ при расчете сопротивления срезу элементов не существенный, предложено упрощенная форма определения касательных напряжений [39]:

$$\tau = 0,18 \cdot \tau_{max}, \quad (26)$$

Принимая во внимание форму и кинематику наклонной трещины (рисунок 2б) и допущения, принятые в расчетной модели, а также уравнения (25) – (26), составляющая поперечной силы V_{Agg} , воспринимаемая за счет зацепления по берегам наклонной трещины, примет следующий вид:

$$V_{Agg} = \frac{0,18 \cdot \sqrt{f_c}}{0,3 + \frac{24 \cdot w_A}{16 + d_g}} \cdot b \cdot l_A \cdot \sin \beta_{AB}, \quad (27)$$

где l_A – длина квази-вертикального сегмента АВ наклонной трещины (рисунок 2б), которая определяется как

$$l_A = \frac{d - c}{\sin \beta_{AB}}, \quad (28)$$

Стоит отметить, что касательные напряжения не учитываются на квази-горизонтальном сегменте ВF наклонной трещины (рисунок 2), так как их влияние будет весьма незначительным [25].

Нагельный эффект

Нагельный эффект образуется за счет относительного вертикального смещения между поверхностями трещины на уровне продольной арматуры [30]. Способность нагельного эффекта передавать

поперечное усилие определяется как эффективная площадь бетона вблизи арматурных стержней воспринимать растягивающие усилия. Исходя из исследований, изложенных в работе [25], составляющая поперечной силы V_{Dowel} воспринимаемая за счет нагельного эффекта и определяется из следующей зависимости:

$$V_{Dowel} = k_b \cdot f_{ct} \cdot n \cdot (b / n - \emptyset) \cdot 2 \cdot \emptyset \leq V_{Sh,dow}, \quad (29)$$

где n – количество арматурных стержней в сечении;

$V_{Sh,dow}$ – сопротивление срезу арматурных стержней из полимерных композитов, определяемое по формуле:

$$V_{Sh,dow} = \tau_{sh} \cdot (2 \cdot A_s), \quad (30)$$

где A_s – площадь продольного армирования;

τ_{sh} – предельное напряжение при поперечном срезе;

k_b – коэффициент снижения прочности при растяжении бетона, который зависит от растягивающихся деформаций в продольных стержнях армирования и, согласно [25], определяется как

$$0,25 \leq k_b = 0,063 \cdot \varepsilon_s^{-1/4} \leq 1, \quad (31)$$

Опираясь на результаты исследования, представленных в работе [41], и учитывая, что стержни из полимерных композитов всегда работают упруго, коэффициент k_b имеет нижнюю границу, равную 0,25.

Сопротивление наклонного сжатого бетонного подкоса

Одной из составляющих сопротивления срезу бетонных элементов, армированных FRP-стержнями, является вклад наклонного сжатого бетонного подкоса. Его сопротивление оказывает существенное влияние в гибких балках (пролет среза $a / d \geq 2,5$) в основном перед распространением сегмента ВF наклонной трещины (рисунок 1) в зоне сжатого бетона, а затем постепенно уменьшается по мере того, как наклон сжатого подкоса становится довольно пологим.

Однако для жестких балок (с пролетом среза $a / d < 2,5$) основным составляющим сопротивления срезу является арочный эффект. Базируясь на результатах исследования, представленных в работе [25], в расчетной модели сопротивления срезу элементов, армированных FRP-стержнями, составляющая поперечной силы V_{Compr} воспринимаемая за счет наклонного сжатого бетонного подкоса, принята расчетная зависимость, изложенная в CSCT [25], которая имеет следующий вид:

$$V_{Compr} = \frac{k_{c1} \cdot h_F / r_F}{1 - k_{c1} \cdot h_F / r_F} \cdot (V_{Res} + V_{Agg} + V_{Dowel}), \quad (32)$$

где $k_{c1} = 0,5$ [25];

h_F – высота от вершины наклонной трещины F до верхней грани элемента (рисунок 1), определяется по формуле

$$h_F = d - d_F, \quad (33)$$

здесь $d_F = d - c + l_F \cdot \sin \beta_{BF}$, (34)

l_F – расстояние от вершины наклонной трещины F до оси приложения нагрузки (рисунок 1). Данное расстояние зависит от условий приложения нагрузки [25] и определяется по следующей зависимости:

– при действии сосредоточенной нагрузки

$$l_F = a - a_F, \quad (35)$$

– при действии равномерно-распределенной нагрузки

$$r_F = (L / 2 - a_F) / 2, \quad (36)$$

здесь a – расстояние от оси опоры элемента до оси приложения сосредоточенной нагрузки;

L – длина пролета, в котором приложена равномерно-распределенная нагрузка;

a_F – расстояние от оси опоры до вершины наклонной трещины F (рисунок 2) и определяется следующим образом:

$$a_F = a_A + l_A \cdot \cos \beta_{AB} + l_F \cdot \cos \beta_{BF}, \quad (37)$$

здесь a_A – расстояние от оси опоры до расчетного сечения A (рисунок 2).

Процедура расчета сопротивления срезу бетонных элементов, армированных FRP-стержнями, по предложенной модели

Итерационная процедура для расчета сопротивления срезу бетонных элементов, армированных стержнями из полимерных композитов, включает следующие шаги:

- 1) выбрать положение критического сечения a_A по длине элемента (рисунок 2);
- 2) принять значение расчетной поперечной силы в сечении A ($V_{Ed,A}$);
- 3) рассчитать угол наклона трещины β_{AB} по выражению (2);
- 4) рассчитать горизонтальную составляющую ширины раскрытия наклонной трещины u_A (выражение (1)) в выбранном сечении A по предложенной процедуре (выражения (3–13) в зависимости от усилия (напряжения) в продольной арматуре;
- 5) рассчитать ширину раскрытия наклонной трещины w_A на уровне продольной арматуры (выражение (14)), которая в дальнейшем заменяется эквивалентным средним значением ширины раскрытия w'_A (выражение (15));
- 6) в зависимости от формы трещины и её кинематики (рисунок 2) рассчитать составляющие сопротивления срезу V_{Res} , V_{Agg} , V_{Dowel} и V_{Comp} по положениям, принятым в расчетной модели (выражения (16–37), с учетом эквивалентной средней ширины раскрытия наклонной трещины, определенной в пункте 5.

Суммарная перерезывающая сила определяется по следующему выражению:

$$V_{C,R} = V_{Res} + V_{Agg} + V_{Dowel} + V_{Comp}, \quad (38)$$

7) Сравнить $V_{Ed,A} = V_{C,R}$. В случае невыполнения данного условия перейти к шагу 2.

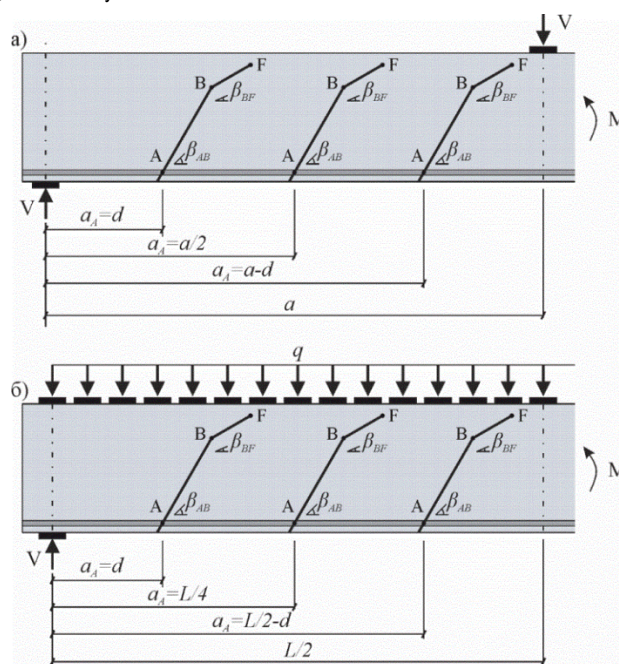
Данная итерационная процедура проводится для различных сечений элемента $a_{A,i}$ по длине пролета элемента и выбирается минимальное значение $V_{C,R}$, которое и будет предельным значением перерезывающей силы бетонного элемента, армированного FRP-стержнями.

Преимуществом данного подхода является то, что его можно применять к общим или более сложным случаям и к различным условиям нагружения. Это достигается путем учета влияния основных определяющих механических параметров (расположение расчетного сечения, раскрытие трещины, коэффициент армирования, механические характеристики FRP-армирования, размер заполнителя, прочность бетона на сжатие) и определения вклада различных составляющих сопротивления срезу.

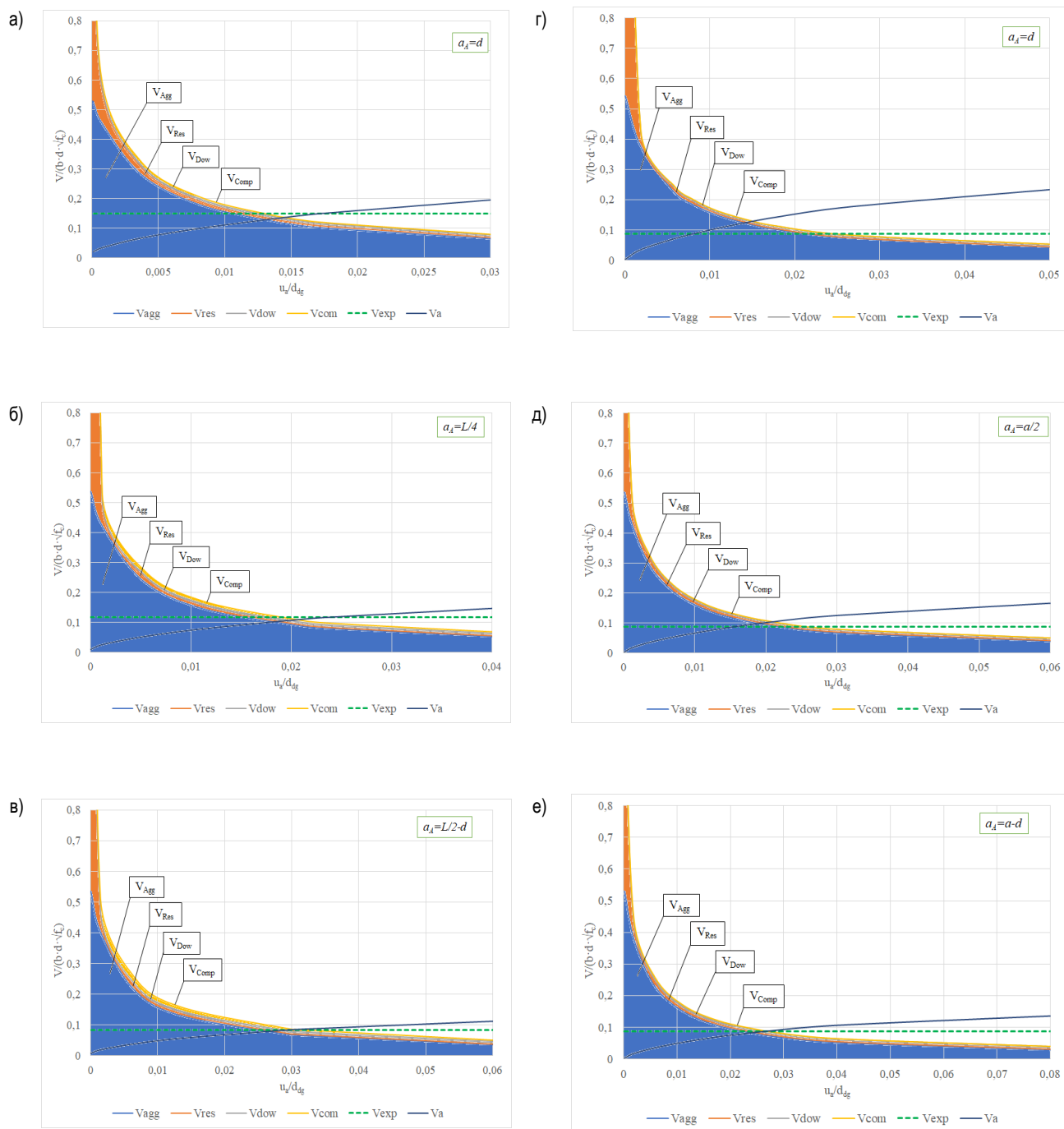
Результаты исследования

Для определения расположения расчетного сечения a_A (рисунок 2) были проведены исследования трех различных положений наклонной трещины по длине пролета в зависимости от схемы нагружения (рисунок 4), базируясь на результатах собственных экспериментальных данных, изложенных в работе [36].

Расчет составляющих перерезывающей силы для различных сечений опытных балок [36] был произведен согласно изложенной процедуре расчета сопротивления срезу бетонных элементов, армированных FRP-стержнями. На рисунке 5 представлены результаты расчета всех составляющих сопротивления срезу для сечений ($a_A = d$, $a_A = L / 4$ и $a_A = L / 2 - d$) балки Б1-2СД18 [36], нагруженной равномерно-распределенной нагрузкой в пролете, и для сечений ($a_A = d$, $a_A = a / 2$ и $a_A = a - d$) балки Б11-3СД12 [36], нагруженной сосредоточенной силой в консоли.



а) элемент, нагруженный сосредоточенной силой; б) элемент, нагруженный равномерно-распределенной нагрузкой
Рисунок 4 – Потенциальное положение наклонной трещины a_A по длине пролета при различных схемах нагружения



Расчетные сечения балки Б1-2СД18:
 а) $a_A=d$; б) $a_A=L/4$; в) $a_A=L/2-d$ и балки Б11-3СД12;
 г) $a_A=d$; д) $a_A=a/2$; е) $a_A=a-d$

Рисунок 5 – Критерий разрушения и кривая «нагрузка-деформации» для расчетных сечений опытных балок; составляющие сопротивления срезу: зацепления по берегам трещины, остаточные напряжения растяжения; нагельный эффект и сжатая зона бетона

В таблице 1 представлены результаты сравнения значений перерезывающих сил, рассчитанных по предложенной процедуре, с результатами экспериментального исследования [36] для различных сечений

вдоль пролета опытных балок, армированных стержнями из полимерных композитов.

Таблица 1 – Сравнение теоретических значений сопротивления срезу по предложенной процедуре с экспериментальными данными [36] при различных расчетных сечениях вдоль пролета балочных элементов, армированных FRP

Название балок Name of beams	Тип армирования Reinforcement type	Сечение, мм Cross section, mm	V_{theo} , кН kN	V_{exp} , кН kN	V_{exp}/V_{theo}
1	2	3	4	5	6
БI-1СД18П (без нагрузки консоли) (without console loading)	GFRP	d=270	32,38	49,73	1,54
		L/4=420	24,0	36,65	1,53
		L/2-d=570	17,21	23,56	1,37
БI-2СД18	GFRP	d=270	32,87	36,02	1,10
		L/4=375	26,17	28,14	1,08
		L/2-d=480	20,45	20,26	0,99
БII-3СД12	GFRP	d=270	36,57	24,52	0,67
		a/2=450	29,26	24,52	0,84
		a-d=630	24,87	24,52	0,99
БII-4УД12	CFRP	d=270	36,09	24,52	0,68
		a/2=450	28,90	24,52	0,85
		a-d=630	24,76	24,52	0,99
БV-9СС16,5	GFRP	d=270	29,76	32,38	1,09
		L/4=375	23,64	25,30	1,07
		L/2-d=480	18,38	18,22	0,99
БV-10СС16,5	GFRP	d=270	33,27	18,48	0,56
		a/2=450	26,51	18,48	0,70
		a-d=630	22,48	18,48	0,82
БVI-12СПЦ	GFRP	d=270	28,04	29,09	1,04
		L/4=375	22,39	22,73	1,02
		L/2-d=480	17,45	16,36	0,94
БVII-13СС16,5	GFRP	d=270	32,24	21,94	0,68
		a/2=450	25,78	21,94	0,85
		a-d=630	21,93	21,94	1,0
БVIII-15СПЦ	GFRP	d=270	38,98	29,72	0,76
		a/2=230	30,76	29,72	0,97

Из рисунка 5 видно, что вклад в сопротивление срезу составляющей поперечной силы за счёт зацепления по берегам трещины является основным для всех исследованных положений наклонной трещины. Исходя из результатов сравнения теоретических значений сопротивления срезу с экспериментальными данными [36], представленных в таблице 1, можно сделать заключение, что расположение расчетного сечения по длине элемента, нагруженного сосредоточенными силами, будет находиться ближе к оси приложения нагрузки $a_A = a - d$. Также установлено, что при действии равномерно-распределенной нагрузки в пролете балки, армированной стержнями из полимерных композитов, расчетное сечение будет располагаться ближе к середине пролета балки ($a_A = L / 2 - d$).

Предложенная модель сопротивления срезу показывает хорошую сходимость с экспериментальными данными. Так, для балок с пролетом среза $a/d \geq 2,5$ (а также нагруженных равномерно-распределенной нагрузкой) и расчетным сечением $a_A = a - d$ ($a_A = L/2 - d$) параметры ошибки моделирования составили: среднее $V_{Rd,exp} / V_{R,theo} = 0,93$, при $V_x = 26,8\%$.

Стоит отметить, что дисперсия результатов связана с принятием в расчетной модели в рамках диссертационного исследования постоянных значений параметров модифицированного закона «сцепление-проскальзывание» (ρ и α), а также величин максимального напряжения сцепления τ_m и смещения (S_m), независимо от типа, формы и характеристик поверхности стержней FRP.

Феноменологический критерий сопротивления срезу бетонных элементов, армированных стержнями из полимерных композитов, на основе предложенной механической модели

Несмотря на то, что предложенная модель обеспечивает приемлемую точность расчета сопротивления срезу (таблица 1), для целей

проектирования вместо расчета составляющих сопротивления срезу путем интегрирования напряжений вдоль критической трещины среза был предложен гиперболический критерий сопротивления срезу и на его основе упрощенная расчетная модель.

Критерий сопротивления срезу был получен на фоне собственных экспериментальных исследований (8 балок), представленных в [36], и базы данных (301 балок) [42], аппроксимацией степенного выражения

$$\frac{\tau}{\sqrt{f_c}} = \frac{V}{b \cdot d \cdot \sqrt{f_c}} = k \cdot \left(\frac{u_A}{d_{dg}} \right)^{-3/4}, \quad (39)$$

где $k = 0,0056 \text{ МПа}^{+0,5}$ (рисунок 6).

На рисунке 6 синие точки и красные перекрестия представляют собой пересечения критериев разрушения, рассчитанных, согласно предложенной процедуре, в расчетном сечении $a_A = a - d$ для балочных элементов с пролетом среза $a/d \geq 2,5$ и зависимости «нагрузка – ширина раскрытия трещины».

Как видно из рисунка 6, полученный критерий для элементов, армированных стержнями FRP, имеет отличие от аналитического описания критерия модели CSCT [25] в случае применения арматуры из стальных стержней. Отличием в критерии (39) является значение степени (-3/4) и коэффициента $k = 0,0056$ (для стальных стержней по результатам аппроксимации степень (-1/2) и $k = 0,019$ [43]). При использовании критерия разрушения (39) при расчете сопротивления срезу бетонных элементов, армированных FRP, горизонтальная составляющая ширины раскрытия наклонной трещины u_A определяется по зависимостям (1) – (13).

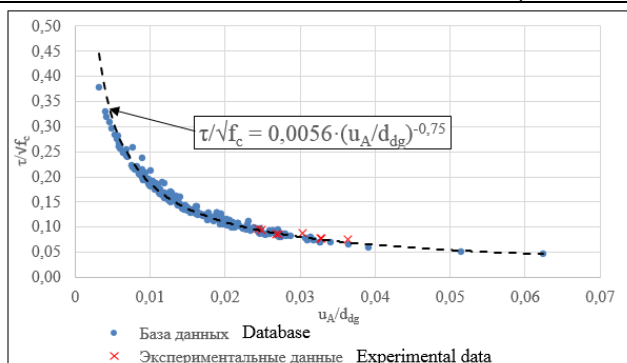


Рисунок 6 – Критерий сопротивления срезу по предложенной модели на фоне экспериментальных данных

Упрощенный вариант модели сопротивления срезу, разработанный на основе феноменологического критерия (39), примет следующий вид:

$$V = 0,0056 \cdot b \cdot d \cdot \sqrt{f_c} \cdot \left(\frac{u_A}{d_{dg}} \right)^{-3/4}, \quad (40)$$

Предложенная модель сопротивления срезу показывает хорошую сходимость с экспериментальными данными (рисунок 7). Так, для балок с пролетом среза $a/d \geq 2,5$ и расчетным сечением $a_A = a - d$ параметры ошибки моделирования составили: среднее $V_{Rd,exp} / V_{R,theo} = 0,98$, при $V_x = 26,61\%$.

Исходя из результатов сравнительного анализа моделей сопротивления срезу бетонных элементов, армированных стержнями из полимерных композитов [1–22], представленного в таблице 2, предложенная модель не уступает по точности с наиболее применимыми существующими моделями, однако имеет ключевое отличие, которое отражает физическую сущность явления среза и позволяет определить ширину раскрытия наклонной трещины с учетом распределения смещений, нормальных напряжений и напряжений сцепления вдоль арматурного стержня, а также позволяет определить длину зоны передачи напряжений. По сравнению с существующими моделями [1–22], предложенная процедура адекватно оценивает сопротивление срезу бетонным элементам, армированным FRP, при действии в пролете распределенной нагрузки (таблица 1).

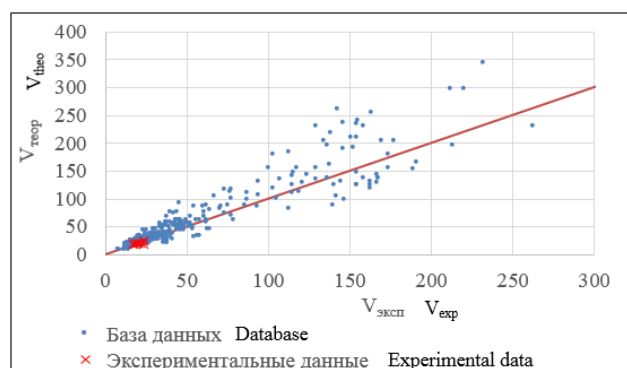


Рисунок 7 – Сравнение теоретических значений сопротивления срезу по предложенной процедуре (при $a_A = a - d$) с базой данных [42] и экспериментальными данными [36]

Таблица 2 – Результаты сравнительного анализа сопротивления срезу балок без поперечного армирования ($a/d \geq 2,5$)

Расчетные методы (Design model)	Среднее (Mean)	Медиана (Median)	Стандартное отклонение (Standard deviation)	Коэффициент вариации (Coefficient of variation)	Минимальное значение (Minimum)	Максимальное значение (Maximum)
	V_{exp}/V_{theo}	V_{exp}/V_{theo}	V_{exp}/V_{theo}	$V_{exp}/V_{theo}, \%$	V_{exp}/V_{theo}	V_{exp}/V_{theo}
1	2	3	4	5	6	7
ACI 440. R-03 [1]	2,29	3,53	2,42	55,68	0,99	14,45
ACI 440-15 [11]	1,60	1,79	0,53	26,59	0,72	4,87
ISIS-M03-01 [2]	1,70	2,01	0,67	37,76	0,52	4,65
JSCE 97 [3]	1,24	1,25	0,33	23,93	0,51	3,02
CAN/CSA-S806-2012 [13]	0,91	0,95	0,22	23,88	0,34	1,97
El-Sayed и др. [15]	1,14	1,26	0,32	24,05	0,48	3,14
GB50608-10 [4]	1,36	1,57	0,46	26,78	0,63	4,12
BISE-99 [5]	1,08	1,12	0,29	25,02	0,42	2,81
Danying Gao и др. [14]	0,84	0,97	0,30	28,60	0,36	2,66
AASHTO LRFD-2017 [12]	1,56	1,73	0,58	30,91	0,54	4,73
CNR-DT203-2006 [6]	0,56	0,61	0,17	28,79	0,19	1,52
CAN/CSA-S6 [7]	0,65	0,65	0,24	32,46	0,20	1,83
ACI 318-19 [8]	1,75	1,89	0,51	27,15	0,67	4,65
EN2 [9]	1,68	1,78	0,54	28,59	0,74	3,93
prEN2 [10]	0,92	0,93	0,24	25,44	0,35	2,29
Nehdi и др. [19]	0,95	1,07	0,27	24,07	0,40	2,35
Kara [20]	0,88	0,99	0,25	23,69	0,37	2,37
Mari и др. [18]	1,45	1,64	0,44	25,03	0,62	4,14
Zhang и др. [21]	0,84	1,05	0,33	31,11	0,41	2,62
Baghi и др. [16]	0,38	0,41	0,14	30,38	0,15	1,10
Ali и др. [22]	1,02	1,02	0,33	29,80	0,42	2,32
Hoult и др. [17]	1,07	1,09	0,26	21,87	0,42	2,47
Предложенная модель Proposed model	0,98	0,95	0,26	26,61	0,50	1,85

Заключение

В настоящей статье представлена модифицированная механическая модель сопротивления срезу самоупроченных бетонных элементов, армированных стержнями из полимерных композитов, которая позволяет учесть влияние основных механических параметров и рассчитать основные составляющие перерезывающей силы. Для целей проектирования разработана общая расчетная процедура, опираясь на положения предложенной модели, не искажающей физической сущности происходящих явлений при совместном действии изгибающих моментов и перерезывающих сил.

Опираясь на результаты сравнительного анализа, показано, что основными преимуществами предложенной модели перед существующими зависимостями заключается в том, что она отражает физическую сущность явления среза, а также в применении к различным случаям и схемам нагружения. При этом выявленные статистические параметры ошибки моделирования составляют: среднее $V_{Rd,exp} / V_{R,theo} = 0,98$, при $V_x = 26,61\%$.

Список цитированных источников

1. ACI 440.1R-03. Guide for the Design and Construction of Concrete Reinforced with FRP Bars / ACI Committee 440, American Concrete Institute. – Farmington Hills, Mich., 2003. – 41 p.
2. ISIS-M03-01. Reinforcing Concrete Structures with Fiber Reinforced Polymers / The Canadian Network of Centers of Excellence on Intelligent Sensing for Innovative Structures, ISIS Canada, University of Winnipeg. – Manitoba, 2001. – 81 p.
3. JSCE 1997. Recommendation for design and construction of concrete structures using continuous fiber reinforcing materials / Japan Society of Civil Engineers, Concrete Engineering Series 23. – Tokyo, 1998. – Vol. 81. – 7 p.
4. GB50608-2010. Technical Code for Infrastructure Application of FRP Composites / China Metallurgical Construction Association. – Beijing, 2011. – Vol. 735.
5. BISE-1999. Interim Guidance on the Design of Reinforced Concrete Structures using Fiber Composite Reinforcement / British Institution of Structural Engineers. – London, 1999. – 116 p.
6. CNR-DT203-06. Guide for the Design and Construction of Concrete Structures Reinforced with Fiber-Reinforced Polymer Bars / Advisory Committee Technical Recommendations Construction. – Rome, 2006. – 39 p.
7. CAN/CSA-S6-14. Canadian highway bridge design code / Canadian Standards Association. – Toronto, 2014.
8. ACI-318-19. Building code requirements for structural concrete and commentary / ACI committee 318, American Concrete Institute. – Farmington Hills, Mich., 2019. – 624 p.
9. Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau : DIN EN 1992-1-1/NA:2013-04. Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter / Deutsches Institut für Normung. – Berlin, 2013. – 389 p.
10. Eurocode 2: Design of Concrete Structures, Part 1: General rules, rules for buildings, bridges and civil engineering structures (prEN 1992-1-1:2018) / European Committee for Standardization (Draft for committee works). – 2018. – 293 p.
11. ACI-440-15. Guide for the design and construction of concrete reinforced with FRP bars / ACI committee 440, American Concrete Institute. – Farmington Hills, 2015. – 88 p.
12. AASHTO LRFD-17. Bridge Design Guide Specifications for GFRP Reinforced Concrete Bridge Decks and Traffic Railings / AASHTO. – Washington DC, 2018.
13. CSA S806-12. Design and construction of building structures with fibre-reinforced polymers / Canadian Standards Association. – Mississauga, ON, 2012. – 206 p.
14. Gao, D. A Model for Shear Strength of FRP Bar Reinforced Concrete Beams without Stirrups / D. Gao, CH. Zhang // *Advances in Civil Engineering*. 2020. – Vol. 2020. – Article ID 8881463. – P. 1–9.
15. El-Sayed, A. K. Shear strength of concrete beams reinforced with FRP bars: design method / A. K. El-Sayed, E. F. El-Salakawy, B. Benmokrane // *SP 230: 7th International Symposium on Fiber-Reinforced Polymer (FRP) Reinforcement for Concrete Structures*, 01.10. 2005 : Symposium paper / ACI ; ed.: C. K. Shield [et al.]. – 2005. – Vol. 230. – P. 955–974.
16. Baghi, H. Shear behavior of concrete beams reinforced exclusively with longitudinal glass fiber reinforced polymer bars: Analytical model / H. Baghi [et al.] // *Structural Concrete*. – 2018. – Vol. 19. – Issue 1. – P. 162–173.
17. Hoult N. A. Does the use of FRP reinforcement change the one-way shear behavior of reinforced concrete slabs? / N. A. Hoult [et al.] // *Journal of Composites for Construction*. – 2008. – Vol. 12. – Issue 8. – P. 125–133.
18. Mari, A. Shear design of FRP reinforced concrete beams without transverse reinforcement / A. Mari [et al.] // *Composites Part B: Engineering*. – 2014. – Vol. 57. – P. 228–241.
19. Nehdi, M. Proposed shear design equations for FRP-reinforced concrete beams based on genetic algorithms approach / M. Nehdi, H. El Chabib, A. Aly Said // *Journal of Materials in Civil Engineering*. – 2007. – Vol. 19. – Issue 12. – P. 1033–1042.
20. Kara, I. F. Prediction of shear strength of FRP-reinforced concrete beams without stirrups based on genetic programming / I. F. Kara // *Advances in Engineering Software*. – 2011. – Vol. 42. – Issue 6. – P. 295–304.
21. Zhang, T. Shear strength of FRP RC beams and one-way slabs without stirrups / T. Zhang, D. J. Oehlers, P. Visintin // *Journal of Composites for Construction*. – 2014. – Vol. 18. – Issue 5. – P. 1–29.
22. Ali, A. H. Evaluating the shear design equations of FRP-reinforced concrete beams without shear reinforcement / A. H. Ali [et al.] // *Engineering Structures*. – 2021. – Vol. 235. – P. 1–22.
23. Vecchio, F. J. The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear / F. J. Vecchio, M. P. Collins // *ACI Journal Proceedings*. – 1986. – Vol. 83. – Issue 2. – P. 219–231.
24. Tureyen, A. K. Shear tests of FRP-reinforced concrete beams without stirrups / A. K. Tureyen, R. J. Frosch // *ACI Structural Journal*. – 2002. – Vol. 99. – Issue 4. – P. 427–434.
25. Cavagnis, F. Shear in reinforced concrete without transverse reinforcement: from refined experimental measurements to mechanical models : Thesis ... Doctor of Philosophy. Structural concrete laboratory (IBETON), École polytechnique fédérale de Lausanne (EPFL), 2017. – 201 p.
26. **fib** Model Code for Concrete Structures 2010 / CEB-FIP Committee. – Lausanne, 2013. – 389 p.
27. Тур, В. В. Новые подходы к определению сопротивления срезу балочных элементов без поперечного армирования: часть 1 – обзор расчетных моделей / В. В. Тур, А. П. Воробей // *Вестник Брестского государственного технического университета*. 2019. № 1 : Строительство и архитектура. С. 15–22.
28. Muttoni A., Fernández Ruiz M. Shear strength of members without transverse reinforcement as function of critical shear crack width // *ACI Structural Journal*. 2008. Vol. 105. Issue 2. P. 163–172.
29. Fernández, Ruiz M. Shear strength of concrete members without transverse reinforcement: a mechanical approach to consistently account for size and strain effects / M. Fernández Ruiz, A. Muttoni, J. Sagaseta // *Engineering Structures*. 2015. Vol. 99. P. 360–372.
30. Campana, S. Analysis of shear-transfer actions on one-way RC members based on measured cracking pattern and failure kinematics / S. Campana [et al.] // *Magazine of Concrete Research*. – 2013. – Vol. 65. – Issue 6. – P. 386–404.
31. Cavagnis, F. An analysis of the shear transfer actions in reinforced concrete members without transverse reinforcement / F. Cavagnis, M. Fernández Ruiz, A. Muttoni // *Structural Concrete*. – 2017. – Vol. 19. – Issue 1. – P. 49–64.
32. Cavagnis, F. Shear failures in reinforced concrete members without transverse reinforcement: An analysis of the critical shear crack development on the basis of test results / F. Cavagnis, M. Fernández Ruiz, A. Muttoni // *Engineering Structures*. – 2015. – Vol. 103. – P. 157–173.
33. Koščak, J. Shear behavior of RC beams without transverse reinforcement: An analysis of crack kinematics and transfer mechanisms based on stereophotogrammetric measurements / J. Koščak [et al.] // *Engineering Structures*. – 2022. – Vol. 255. – P. 1–21.
34. Eligehausen, R. Local bond stress-slip relationships of deformed bars under generalized excitations / R. Eligehausen, E. P. Popov, V. V. Bertero // *Berkeley : University of California*, 1983. – 180 p.
35. Cosenza, E. Development length of FRP straight rebars / E. Cosenza, G. Manfredi, R. Realfonzo // *Composites Part B: Engineering*. – 2002. – Vol. 33. – P. 493–504.
36. Воробей, А. П. Экспериментальные исследования сопротивления срезу самонапряженных бетонных балок, армированных FRP при различных условиях нагружения / А. П. Воробей, В. В. Тур // *Вестник Полоцкого государственного университета. Серия Ф. Строительство. Прикладные науки*. Новополоцк : РИО ПГУ. – 2021. – № 9. – С. 41–57.
37. Reinhardt, H. W. *Fracture Mechanics of an Elastic Softening Material like Concrete* / H. W. Reinhardt // *Heron*. – 1984. – Vol. 29. – Issue 2. – P. 42.
38. Тур, В. В. Расчет железобетонных конструкций при действии перерезающих сил: моногр. / В. В. Тур, А. А. Кондратчик. – Брест : БрГТУ, 2000. – 397 с.
39. Collins, M. P. *A rational approach concrete structures*. N. J. : Prentice-Hall Inc / M. P. Collins, D. Mitchell. – Englewood Cliffs, 1991. – 766 p.
40. Walraven, J. C. Theory and experiments on the mechanical behavior of cracks in plain and reinforced concrete subjected to shear loading / J. C. Walraven, H. W. Reinhardt // *Heron*. – 1981. – Vol. 26. – Issue 1A. – P. 5–68.
41. Fernández Ruiz, M. Interaction between bond and deviation forces in spalling failures of arch-shaped members without transverse reinforcement / M. Fernández Ruiz, S. Plume, A. Muttoni // *ACI Structural Journal*. – 2010. – Vol. 107. – Issue 3. – P. 346–354.
42. Cholostiakow, S. Shear database of RC FRP beams without shear reinforcement / S. Cholostiakow [et al.]. – The University of Sheffield, Dataset, 2017.
43. Cavagnis, F. A mechanical model for failures in shear of members without transverse reinforcement based on development of a critical shear crack / F. Cavagnis, M. Fernández Ruiz, A. Muttoni // *Engineering Structures*. – 2018. – Vol. 157. – P. 300–315.

References

1. ACI 440.1R-03. Guide for the Design and Construction of Concrete Reinforced with FRP Bars / ACI Committee 440, American Concrete Institute. – Farmington Hills, Mich., 2003. – 41 p.
2. ISIS-M03-01. Reinforcing Concrete Structures with Fiber Reinforced Polymers / The Canadian Network of Centers of Excellence on Intelligent Sensing for Innovative Structures, ISIS Canada, University of Winnipeg. – Manitoba, 2001. – 81 p.
3. JSCE 1997. Recommendation for design and construction of concrete structures using continuous fiber reinforcing materials / Japan Society of Civil Engineers, Concrete Engineering Series 23. – Tokyo, 1998. – Vol. 81. – 7 p.
4. GB50608-2010. Technical Code for Infrastructure Application of FRP Composites / China Metallurgical Construction Association. – Beijing, 2011. – Vol. 735.
5. BISE-1999. Interim Guidance on the Design of Reinforced Concrete Structures using Fiber Composite Reinforcement / British Institution of Structural Engineers. – London, 1999. – 116 p.
6. CNR-DT203-06. Guide for the Design and Construction of Concrete Structures Reinforced with Fiber-Reinforced Polymer Bars / Advisory Committee Technical Recommendations Construction. – Rome, 2006. – 39 p.
7. CAN/CSA-S6-14. Canadian highway bridge design code / Canadian Standards Association. – Toronto, 2014.
8. ACI-318-19. Building code requirements for structural concrete and commentary / ACI committee 318, American Concrete Institute. – Farmington Hills, Mich., 2019. – 624 p.
9. Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau : DIN EN 1992-1-1/NA:2013-04. Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter / Deutsches Institut für Normung. – Berlin, 2013. – 389 p.
10. Eurocode 2: Design of Concrete Structures, Part 1: General rules, rules for buildings, bridges and civil engineering structures (prEN 1992-1-1:2018) / European Committee for Standardization (Draft for committee works). – 2018. – 293 p.
11. ACI-440-15. Guide for the design and construction of concrete reinforced with FRP bars / ACI committee 440, American Concrete Institute. – Farmington Hills, 2015. – 88 p.
12. AASHTO LRFD-17. Bridge Design Guide Specifications for GFRP Reinforced Concrete Bridge Decks and Traffic Railings / AASHTO. – Washington DC, 2018.
13. CSA S806-12. Design and construction of building structures with fibre-reinforced polymers / Canadian Standards Association. – Mississauga, ON, 2012. – 206 p.
14. Gao, D. A Model for Shear Strength of FRP Bar Reinforced Concrete Beams without Stirrups / D. Gao, CH. Zhang // *Advances in Civil Engineering*. 2020. – Vol. 2020. – Article ID 8881463. – P. 1–9.
15. El-Sayed, A. K. Shear strength of concrete beams reinforced with FRP bars: design method / A. K. El-Sayed, E. F. El-Salakawy, B. Benmokrane // *SP 230: 7th International Symposium on Fiber-Reinforced Polymer (FRP) Reinforcement for Concrete Structures*, 01.10. 2005. – Symposium paper / ACI ; ed.: C. K. Shield [et al.]. – 2005. – Vol. 230. – P. 955–974.
16. Baghi, H. Shear behavior of concrete beams reinforced exclusively with longitudinal glass fiber reinforced polymer bars: Analytical model / H. Baghi [et al.] // *Structural Concrete*. – 2018. – Vol. 19. – Issue 1. – P. 162–173.
17. Hoult N. A. Does the use of FRP reinforcement change the one-way shear behavior of reinforced concrete slabs? / N. A. Hoult [et al.] // *Journal of Composites for Construction*. – 2008. – Vol. 12. – Issue 8. – P. 125–133.
18. Mari, A. Shear design of FRP reinforced concrete beams without transverse reinforcement / A. Mari [et al.] // *Composites Part B: Engineering*. – 2014. – Vol. 57. – P. 228–241.
19. Nehdi, M. Proposed shear design equations for FRP-reinforced concrete beams based on genetic algorithms approach / M. Nehdi, H. El Chabib, A. Aly Said // *Journal of Materials in Civil Engineering*. – 2007. – Vol. 19. – Issue 12. – P. 1033–1042.
20. Kara, I. F. Prediction of shear strength of FRP-reinforced concrete beams without stirrups based on genetic programming / I. F. Kara // *Advances in Engineering Software*. – 2011. – Vol. 42. – Issue 6. – P. 295–304.
21. Zhang, T. Shear strength of FRP RC beams and one-way slabs without stirrups / T. Zhang, D. J. Oehlers, P. Visintin // *Journal of Composites for Construction*. – 2014. – Vol. 18. – Issue 5. – P. 1–29.
22. Ali, A. H. Evaluating the shear design equations of FRP-reinforced concrete beams without shear reinforcement / A. H. Ali [et al.] // *Engineering Structures*. – 2021. – Vol. 235. – P. 1–22.
23. Vecchio, F. J. The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear / F. J. Vecchio, M. P. Collins // *ACI Journal Proceedings*. – 1986. – Vol. 83. – Issue 2. – P. 219–231.
24. Tureyen, A. K. Shear tests of FRP-reinforced concrete beams without stirrups / A. K. Tureyen, R. J. Frosch // *ACI Structural Journal*. – 2002. – Vol. 99. – Issue 4. – P. 427–434.
25. Cavagnis F. Shear in reinforced concrete without transverse reinforcement: from refined experimental measurements to mechanical models : Thesis ... Doctor of Philosophy. Structural concrete laboratory (IBETON), École polytechnique fédérale de Lausanne (EPFL), 2017. – 201 p.
26. fib Model Code for Concrete Structures 2010 / CEB-FIP Committee. – Lausanne, 2013. – 389 p.
27. Tur, V. V. Novye podhody k opredeleniyu soprotivleniya srezu balochnyh elementov bez poperechnogo armirovaniya: chast' 1 – obzor raschetnyh modelej / V. V. Tur, A. P. Vorobej // *Vestnik Brestskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*. 2019. № 1 : Stroitel'stvo i arhitektura. S. 15–22.
28. Muttoni A., Fernández Ruiz M. Shear strength of members without transverse reinforcement as function of critical shear crack width // *ACI Structural Journal*. 2008. Vol. 105. Issue 2. P. 163–172.
29. Fernández, Ruiz M. Shear strength of concrete members without transverse reinforcement: a mechanical approach to consistently account for size and strain effects / M. Fernández Ruiz, A. Muttoni, J. Sagaseta // *Engineering Structures*. 2015. Vol. 99. P. 360–372.
30. Campana, S. Analysis of shear-transfer actions on one-way RC members based on measured cracking pattern and failure kinematics / S. Campana [et al.] // *Magazine of Concrete Research*. – 2013. – Vol. 65. – Issue 6. – P. 386–404.
31. Cavagnis, F. An analysis of the shear transfer actions in reinforced concrete members without transverse reinforcement / F. Cavagnis, M. Fernández Ruiz, A. Muttoni // *Structural Concrete*. – 2017. – Vol. 19. – Issue 1. – P. 49–64.
32. Cavagnis, F. Shear failures in reinforced concrete members without transverse reinforcement: An analysis of the critical shear crack development on the basis of test results / F. Cavagnis, M. Fernández Ruiz, A. Muttoni // *Engineering Structures*. – 2015. – Vol. 103. – P. 157–173.
33. Koščak, J. Shear behavior of RC beams without transverse reinforcement: An analysis of crack kinematics and transfer mechanisms based on stereophotogrammetric measurements / J. Koščak [et al.] // *Engineering Structures*. – 2022. – Vol. 255. – P. 1–21.
34. Eligehausen, R. Local bond stress–slip relationships of deformed bars under generalized excitations / R. Eligehausen, E. P. Popov, V. V. Bertero // Berkeley : University of California, 1983. – 180 p.
35. Cosenza, E. Development length of FRP straight rebars / E. Cosenza, G. Manfredi, R. Realfonzo // *Composites Part B: Engineering*. – 2002. – Vol. 33. – P. 493–504.
36. Vorobej, A. P. Eksperimental'nye issledovaniya so-protivleniya srezu samonapryazhennyh betonnyh balok, armirovannyh FRP pri razlichnyh usloviyah nagruzheniya / A. P. Vorobej, V. V. Tur // *Vestnik Polockogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya F. Stroitel'stvo. Prikladnye nauki*. Novopolock : RIO PGU. – 2021. – № 9. – S. 41–57.
37. Reinhardt, H. W. Fracture Mechanics of an Elastic Softening Material like Concrete / H. W. Reinhardt // *Heron*. – 1984. – Vol. 29. – Issue 2. – P. 42.
38. Tur, V. V. Raschet zhelezobetonnyh konstrukcij pri dejstvii pere-rezyvayushchih sil: monogr. / V. V. Tur, A. A. Kondratchik. – Brest : BrGTU, 2000. – 397 s.
39. Collins, M. P. A rational approach concrete structures. N. J. : Prentice-Hall Inc / M. P. Collins, D. Mitchell. – Englewood Cliffs, 1991. – 766 p.
40. Walraven, J. C. Theory and experiments on the mechanical behavior of cracks in plain and reinforced concrete subjected to shear loading / J. C. Walraven, H. W. Reinhardt // *Heron*. – 1981. – Vol. 26. – Issue 1A. – P. 5–68.
41. Fernández Ruiz, M. Interaction between bond and deviation forces in spalling failures of arch-shaped members without transverse reinforcement / M. Fernández Ruiz, S. Plumey, A. Muttoni // *ACI Structural Journal*. – 2010. – Vol. 107. – Issue 3. – P. 346–354.
42. Cholostiakow, S. Shear database of RC FRP beams without shear reinforcement / S. Cholostiakow [et al.]. – The University of Sheffield, Dataset, 2017.
43. Cavagnis, F. A mechanical model for failures in shear of members without transverse reinforcement based on development of a critical shear crack / F. Cavagnis, M. Fernández Ruiz, A. Muttoni // *Engineering Structures*. – 2018. – Vol. 157. – P. 300–315.