

ИССЛЕДОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕДАЧИ МОЩНОСТИ В ФРИКЦИОННЫХ РЕМЕННЫХ ПЕРЕДАЧАХ

А. Г. Баханович

Д. т. н., доцент, ректор Брестского государственного технического университета, г. Брест, Беларусь, e-mail: rector@bstu.by

Реферат

Рассмотрены физические закономерности передачи мощности гибкой связью фрикционного типа (ремнем) посредством силы трения, возникающей на дугах обхвата шкивов передачи. Получены теоретические зависимости напряжений и деформаций элементов ремня от основных геометрических и кинематических параметров передачи, позволяющих перейти к прогнозированию долговечности ремня.

Ключевые слова: фрикционная ременная передача, геометрические и кинематические параметры, напряженно-деформированное состояние, долговечность.

INVESTIGATION OF THE PHYSICAL PROCESSES OF POWER TRANSMISSION IN FRICTION BELT DRIVES

A. G. Bakhanovich

Abstract

The physical regularities of power transmission by a flexible friction-type coupling (belt) by means of the friction force arising on the arcs of the transmission pulleys girth are considered. Theoretical dependences of stresses and deformations of belt elements on the basic geometric and kinematic transmission parameters are obtained, allowing to proceed to the prediction of belt durability.

Keywords: friction belt drive, geometric and kinematic parameters, stress-strain state, durability.

Введение

Как известно, передача окружной силы в фрикционной ременной передаче (ФРП) осуществляется не на всей дуге обхвата ремня и шкивов, а лишь на ее части, в пределах которой происходит взаимное скольжение ремня и шкива. Эти части дуг, расположенные на обоих шкивах со стороны сбегающей ветви ремня, называют дугами скольжения. Доказательства этих положений основаны на применении условия постоянства массы ремня при изменении его натяжения, подобного условию неразрывности потока жидкости:

$$q_x \cdot V_x = \text{const},$$

где q_x и V_x – масса единицы ремня и его скорость при прохождении данного сечения.

Так как $q_x = q / (1 + \varepsilon_x)$, где q – масса единицы длины недеформированного ремня, ε_x – относительное удлинение ремня при прохождении им данного сечения, получим:

$$\frac{V_x}{1 + \frac{F_x}{EFA}} = \text{const}, \quad (1)$$

где F_x – усилие в ремне в данном сечении;
 A – площадь поперечного сечения ремня.

Из уравнения (1) следует, что части растяжимого ремня различными натяжениями имеют разные скорости, причем скорость больше в тех точках, в которых ремень больше растянут. Поскольку окружная скорость шкива одинакова во всех точках дуги обхвата, то изменение натяжения ремня вдоль дуги обхвата должно сопровождаться скольжением ремня относительно шкивов.

Результатом упругого скольжения ремня на шкивах является относительная потеря скорости в передаче, выражаемая через коэффициент относительного скольжения:

$$\xi_c = 1 - \frac{V_2}{V_1}, \quad (2)$$

где V_2 и V_1 – линейные скорости точек шкивов, совпадающих с расположением нейтрального слоя ремня.

Исследование физических процессов передачи мощности

Анализ работы ременной передачи, основанный на предположении, что в ремне возникают только деформации изгиба и растяжения, значительно упрощает действительную картину явлений, происходящих в передаче мощности ремнем конечной толщины. Так, при передаче мощности в деформируемых средах возникают деформации сдвига, как это имеет место, например, в почво-грунтах при воздействии на них ведущих колес транспортных средств [1]. Таким образом, в реальных передачах ремень на шкивах претерпевает сложную деформацию, в том числе деформацию сдвига, возникающую под действием касательной нагрузки, приложенной к его рабочей поверхности со стороны шкива с учетом сдвига натяжения ремня, если его рассматривать как сумму натяжений отдельных слоев, может изменяться при отсутствии скольжения шкива относительно прилегающего к нему слоя ремня.

Для ременных передач считаем рабочие поверхности ремня идеально гладкими и под предварительным смещением понимаем происходящие под действием касательной нагрузки сдвиги в материале ремня, проявляющиеся в повороте его поперечных сечений. При этом предполагаем о наличии однозначной и определенной связи между деформациями ремня и действующими в нем силами.

Рассмотрим с этих позиций установившийся процесс передачи окружной силы на ведущем шкиве (рисунок 1).

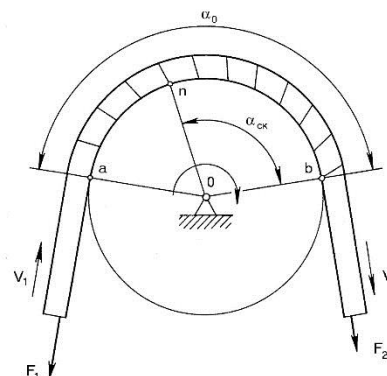


Рисунок 1 – Изменение сдвигов в ремне на дуге обхвата ведущего шкива

Предположим, что со стороны сбегания ремня имеется дуга скольжения nb . В пределах дуги скольжения на ремень со стороны шкива действуют силы трения скольжения, интенсивность которых в каждой точке контакта определяется давлением и коэффициентом трения. Следовательно, силы трения наибольшей интенсивности действуют в точке b , где натяжение ремня, а вместе с ним и давление, наибольшее для дуги nb .

Так как сила трения на каждый элемент ремня действует эксцентрично по отношению к касательной, составляющей равнодействующую сил натяжения, то они обуславливают сдвиг в ремне, проявляющийся в повороте его поперечных сечений. При этом наибольший сдвиг в ремне, очевидно, должен быть в начале дуги скольжения, т. е. в точке срыва b , где интенсивность касательных сил максимальна. Если исходить из равенства скоростей шкива и набегающей ветви ремня, то после набегания ремня на шкив отношение скоростей его нейтрального слоя и слоя, прилегающего к шкиву и перемещающегося на дуге an совместно со шкивом, оказывается равным отношению радиусов расположения этих слоев на шкиве. В этом случае каждое поперечное сечение ремня после набегания последнего на шкив остается радиально расположенным при их совместном движении и нет причин для возникновения касательных сил между шкивом и ремнем не только в пределах дуги an , но и на всей дуге обхвата. Итак, необходимым условием существования дуги скольжения, как и вообще передачи окружной силы ведущим шкивом, является некоторое отставание набегающей ветви от шкива.

Чтобы натяжение ремня после его набегания на шкив не изменялось, его скорость должна совпадать с окружной скоростью шкива на радиусе расположения на нем нейтрального слоя ремня. Поэтому при определении потерь скорости при набегании, возникающих в процессе передачи окружной силы, скорость каждой ветви ремня следует сравнивать именно с окружной скоростью ωR шкива, на который данная ветвь набегает.

Относительные потери скорости при набегании ремня на ведущий и ведомый шкивы в соответствии с (2) тогда будут равны:

$$\xi_1 = \frac{\omega_1 R_1 - V_1}{\omega_1 R_1}, \quad (3)$$

$$\xi_2 = \frac{V_2 - \omega_2 R_2}{V_2}. \quad (4)$$

Для плоского ремня принимаем нейтральный слой, совпадающий со средним слоем ремня.

Очевидно, что общая относительная потеря скорости в ФРП, оцениваемая по потере угловой скорости ведомого шкива и в том случае, когда она включает в себя ряд составляющих, выражается той же формулой (2). В соответствии с (3) и (4) преобразуем ее следующим образом:

$$\xi = \frac{\omega_{2xx} - \omega_2}{\omega_{2xx}} = \frac{\omega_1 R_1 - \omega_2 R_2}{\omega_1 R_1} = \frac{(\omega_1 R_1 - V_1) + (V_1 - V_2) + (V_2 - \omega_2 R_2)}{\omega_1 R_1} = \xi_1 + \xi_c V_1 + \xi_2 \frac{V_2}{\omega_1 R_1} = \xi_1 + \xi_c (1 - \xi_1) + \xi_2 (1 - \xi_1) (1 - \xi_c), \quad (5)$$

где ω_{2xx} – окружная скорость ведомого шкива при холостом ходе передачи.

Так как произведение бесконечно малых величин стремится к 0, то с точностью до 0,95 выражение (5) может быть представлено в виде:

$$\xi = \xi_1 + \xi_c + \xi_2.$$

Так как потери скорости в передаче складываются из нескольких компонентов, необходимо получить формулы, позволяющие по коэффициенту тяги ψ определять относительные потери скорости при набегании ремня на шкивы ξ_1 и ξ_2 . Вывод их требует привлечения к уравнениям равновесия элемента ремня уравнений деформации. Предполагая закон распределения напряжений растяжения (сжатия) в поперечных сечениях ремня линейным, определим зависимость удельных касательных сил q_b действующих между шкивом и элементом ремня, от деформации сдвига, которую претерпел этот элемент.

В пределах элемента считаем удельные касательные силы постоянными.

Так как толщина ремня H_p обычно мала по сравнению с радиусом шкива R , то, не внося большой погрешности, мы можем рассматривать сдвиг элемента ремня, контактирующего не с цилиндром, а с плоскостью (рисунок 2).

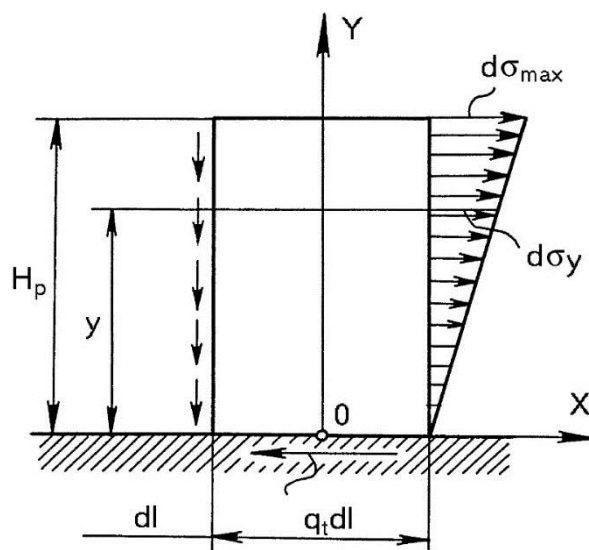


Рисунок 2 – Нагрузка элемента ремня на дуге сцепления

При линейном законе распределения напряжений растяжения в поперечных сечениях ремня разность натяжений, действующих в граничных поперечных сечениях элемента, также распределена по линейному закону. На дугах сцепления прилегающий к шкиву слой ремня, как известно, не скользит относительно шкива и, таким образом, не удлиняется и не сокращается. Следовательно, напряжение растяжения в этом слое также не изменяется. Тогда разность натяжений, под действием которой происходит сдвиг элемента ремня на дугах сцепления, распределена по закону треугольника, вершина которого расположена у плоскости контакта.

Предположим, что в контакте элемента ремня с плоскостью действуют удельные касательные силы q_t . Проецируя приложенные к элементу ремня силы на ось OX, из условия равновесия элемента определяем разность напряжений растяжения, действующих в периферийном слое ремня, которая должна иметь место при данном значении q_t и при распределении разности натяжений по закону треугольника:

$$d\sigma \frac{2dl}{H_p \max}$$

Тогда разность напряжений растяжения, действующих в слое, отстоящем от плоскости контакта на расстоянии y , равна:

$$d\sigma_y = \frac{y}{H_p} d\sigma \frac{2ydl}{H_p^2 \max}$$

Касательные напряжения, действующие в продольном сечении элемента, отстоящем от плоскости контакта на расстоянии y , определяем из условия равновесия верхней части элемента:

$$\tau_y = (H_p - y) \frac{d\sigma_{\max}}{2dl_t \frac{H_p^2 - y^2}{H_p^2}}$$

Считая касательные напряжения на всех гранях элементарной призмы высотой dy (рисунок 3) постоянными, определяем относительный сдвиг призмы как находящейся в условиях чистого сдвига:

$$\gamma_y = \frac{\tau_y}{G} = \frac{q_t}{GH_p^2} (H_p^2 - y^2),$$

где G – модуль упругости ремня при сдвиге.

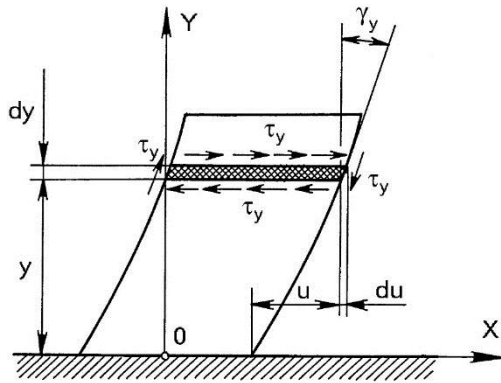


Рисунок 3 – Деформация сдвига элемента ремня ФРП на дуге сцепления

Соответствующий этому относительному сдвигу абсолютный сдвиг du продольных граней призмы выразится как:

$$du = \gamma_y dy = \frac{q_t}{GH_p^2} (H_p^2 - y^2) dy.$$

Суммируя абсолютные сдвиги элементарных призм, находим уравнение изменения абсолютных сдвигов продольных сечений элемента dy ремня относительно его контактирующей поверхности, которое определяет форму поперечных сечений элемента после сдвига:

$$u = \frac{q_t}{GH_p^2} \int_0^y (H_p^2 - y^2) dy = \frac{q_t}{G} \left(y - \frac{y^3}{3H_p^2} \right). \quad (6)$$

Для составления уравнений, описывающих передачу окружной силы на дугах сцепления, необходимо выразить удельные касательные силы q_t через сдвиг каких-либо двух определенных слоев ремня. Ниже будет показано, что наиболее целесообразно учитывать абсолютный сдвиг u_{cp} среднего и нижнего слоев ремня относительно друг друга.

Подстановкой в (6) значения $y = H_p / 2$ получаем искомое уравнение зависимости q_t от u_{cp} на дугах сцепления:

$$q_t \approx \frac{2,2Gu_{cp}}{H_p}. \quad (7)$$

Зная заранее направление действия касательных сил, целесообразно соответствующий в каждом случае этому направлению сдвиг u_{cp} как на ведущем (рисунок 4), так и на ведомом шкивах считать положительным. Тогда приращения du_{cp} на дугах сцепления обоих шкивов будут всегда положительными.

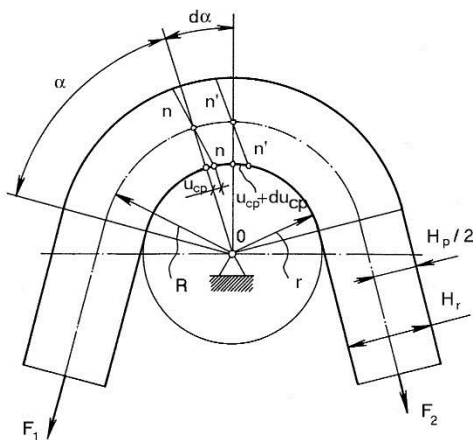


Рисунок 4 – Приращение деформации ремня ФРП на дуге сцепления

В соответствии с этим можем записать: для ведущего шкива

$$du_{1cp} = \left[V_{r1,\alpha} - V_{R1,\alpha} \frac{r_1}{R_1} \right] dt,$$

для ведомого шкива

$$du_{2cp} = \left[V_{R2,\alpha} \frac{r_2}{R_2} - V_{r2,\alpha} \right] dt,$$

где $V_{R,\alpha}$ – скорость средней по толщине ремня точки поперечного сечения $n-n$;

$V_{R,\alpha} / R$ – скорость, которую должна иметь соприкасающаяся со шкивом точка поперечного сечения $n-n$;

$V_{R,\alpha} = \omega r = \text{const}$ – действительная скорость соприкасающейся со шкивом точки поперечного сечения $n-n$ на дуге сцепления;

$dt = R_{d\alpha} / V_{R,\alpha}$ – время перемещения поперечного сечения $n-n$ в соседнее бесконечно близкое положение $n'-n'$.

Вводя в эти уравнения выражения для $V_{R,\alpha}$ и dt , записанные отдельно для ведущего и ведомого шкивов, получим:

$$V_{R1,\alpha} = V_1 \frac{1 + \frac{F}{EFA}}{1 + \frac{F_1}{EFA}} = \frac{V_1}{1 + \frac{F_1 - EF}{EFA}} \quad (8)$$

$$V_{R2,\alpha} = V_2 \frac{1 + \frac{F}{EFA}}{1 + \frac{F_2}{EFA}} = \frac{V_2}{1 - \frac{F - F_2}{EFA}} \quad (9)$$

Текущую скорость $V_{R1,\alpha}$ среднего слоя ремня на каждом из шкивов выразим через скорость и натяжение набегающей на шкив ветви:

$$du_{kp} = \left[\frac{\omega_1 R_1}{V_{R1,\alpha}} - 1 \right] r_1 d\alpha, \quad (10)$$

$$du_{2cp} = \left[1 - \frac{\omega_2 R_2}{V_{R2,\alpha}} \right] r_2 d\alpha. \quad (11)$$

Подставив выражения (10) и (11) соответственно в (8) и (9) после преобразований, получим:

$$du_{1cp} = \left[\frac{F_1 - F}{EFA(1 - \xi_1)} + \frac{\xi_1}{1 - \xi_1} \right] r_1 d\alpha, \quad (12)$$

$$du_{2cp} = \left[\frac{(F - F_2)(1 - \xi_2)}{EFA} + \xi_2 \right] r_2 d\alpha. \quad (13)$$

Принимая при проецировании сил на координатные оси $\cos(d\alpha/2) \approx 1$; $\sin(d\alpha/2) \approx d\alpha/2$ (рисунок 5) и пренебрегая бесконечно малыми второго порядка, для ведущего шкива получим:

$$dF + q_t b_p r_1 d\alpha = 0, \quad (14)$$

$$q_n b r_1 - F = 0.$$

Решая совместно эти уравнения статики с уравнениями деформации (7) и (12), находим F_i , u_{1cp} , q_t в зависимости от угла α и относительной потери скорости ξ_1 , при набегаании ремня на ведущий шкив.

Из уравнения (12) имеем:

$$\frac{dF}{d\alpha} = - \frac{EFA(1 - \xi_1)}{r_1} \cdot \frac{a^2 u_{1cp}}{d\alpha^2}. \quad (15)$$

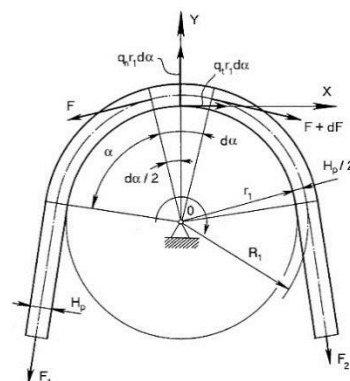


Рисунок 5 – Силы, действующие на дуге сцепления ведущего шкива

Выразив q_t через u_{cp} в соответствии с (7) с учетом (15), преобразуем уравнение (14) к виду:

$$\frac{d^2 u_{1cp}}{d\alpha^2} - \frac{K_1}{1 - \xi_1} u_{1cp} = 0,$$

где K_1 – безразмерный коэффициент.

$$K_1 = \frac{2,2Gr_1^2}{E_F H_p^2}.$$

Общее решение этого дифференциального уравнения имеет вид:

$$u_{1cp} = c_1 e^{\left(\frac{\sqrt{K_1}}{\sqrt{1-\xi_1}}\alpha\right)} + c_2 e^{\left(-\frac{\sqrt{K_1}}{\sqrt{1-\xi_1}}\alpha\right)}. \quad (16)$$

Постоянные определяем из начальных условий: $\alpha = 0, u_{1cp} = 0, du_{1cp}/d\alpha = \xi_1 r_1 / (1 - \xi_1)$.

Кроме того, при $\alpha = 0 \rightarrow F = F_1$.

При этих начальных условиях уравнение (16) примет вид:

$$u_{1cp} = \frac{\xi_1}{\sqrt{1-\xi_1}} \cdot \frac{r_1}{2\sqrt{K_1}} \left[e^{\left(\frac{\sqrt{K_1}}{\sqrt{1-\xi_1}}\alpha\right)} - e^{\left(-\frac{\sqrt{K_1}}{\sqrt{1-\xi_1}}\alpha\right)} \right]. \quad (17)$$

Дифференцируя (17), подставляя $du_{1cp}/d\alpha$ в уравнение (16) и переходя от натяжений ремня к напряжениям $\sigma_{R1,\alpha}$, действующим в нейтральном слое ремня, получаем:

$$\sigma_{R1,\alpha} = \sigma_1 - \xi_1 E_F \left(\frac{e^{\left(\frac{\sqrt{K_1}}{\sqrt{1-\xi_1}}\alpha\right)} + e^{\left(-\frac{\sqrt{K_1}}{\sqrt{1-\xi_1}}\alpha\right)}}{2} - 1 \right).$$

Концом дуги сцепления и, следовательно, границей дуг сцепления и скольжения является точка, в которой происходит срыв. Угловую координату этой точки α_{1r} определяем из условия:

$$q_t = \mu q_n.$$

Подстановка в это равенство функций $q_t = q_t(\alpha)$ и $q_n = q_n(\alpha)$ приводит к следующему равенству, связывающему координату α_{1r} на ведущем шкиве с относительной потерей скорости при набегании ремня на этот шкив:

$$\xi_1 \left(\frac{\sqrt{K_1}}{2\sqrt{1-\xi_1}} \left[e^{\left(\frac{\sqrt{K_1}}{\sqrt{1-\xi_1}}\alpha_{1r}\right)} - e^{\left(-\frac{\sqrt{K_1}}{\sqrt{1-\xi_1}}\alpha_{1r}\right)} \right] + \frac{\mu}{2} \left[e^{\left(\frac{\sqrt{K_1}}{\sqrt{1-\xi_1}}\alpha_{1r}\right)} + e^{\left(-\frac{\sqrt{K_1}}{\sqrt{1-\xi_1}}\alpha_{1r}\right)} \right] - \mu \right) = \mu \frac{\sigma_1}{E_F}. \quad (18)$$

Полученные уравнения для дуги сцепления ведущего шкива теряют смысл при $\xi_1 \rightarrow 1$, поскольку при этом дуга сцепления стягивается в точку и скольжение распространяется на всю дугу обхвата.

Практически область применения уравнения ограничивается значением $\xi_1 \leq 0,02$, т. к. уже при этом достигается предельный коэффициент тяги. Поэтому без большого ущерба для точности можно считать $1 - \xi_1 \approx 1$ и выражение (18) может быть упрощено:

$$\xi_1 \left(\frac{\sqrt{K_1} + \mu}{2} e^{\sqrt{K_1}\alpha_{1r}} - \frac{\sqrt{K_1} - \mu}{2} e^{-\sqrt{K_1}\alpha_{1r}} - \mu \right) = \mu \frac{\sigma_1}{E_F}.$$

Уравнения равновесия в соответствии со схемой сил, действующих на элемент ремня на дуге обхвата ведомого шкива аналогичны применяемым при получении формулы Эйлера [2]. В соответствии со схемой (рис. 6) они имеют вид:

$$dF - q_t b_p r_2 d\alpha = 0,$$

$$-q_n - F = 0.$$

Эти уравнения совместно с уравнениями деформации (7) и (13) составляют систему, решение которой аналогично выполненному для дуги сцепления ведущего шкива.

Общее решение получаемого при этом дифференциального уравнения изменения абсолютного сдвига u_{2cp} по углу α имеет вид:

$$u_{2cp} = c_1 e^{\sqrt{1-\xi_2}\sqrt{K_2}\alpha} + c_2 e^{-\sqrt{1-\xi_2}\sqrt{K_2}\alpha},$$

$$\text{где } K_2 = \frac{2,2Gr_2^2}{E_F H_p^2}.$$

При начальных условиях $\alpha = 0, u_{2cp} = 0, du_{2cp}/d\alpha = \xi_2 r_2$ и с учетом того, что при $\alpha = 0 \rightarrow F = F_2$, искомое решение уравнения принимает вид:

$$u_{2cp} = \frac{\xi_2}{\sqrt{1-\xi_2}} \cdot \frac{r_2}{2\sqrt{K_2}} \left[e^{\sqrt{1-\xi_2}\sqrt{K_2}\alpha} - e^{-\sqrt{1-\xi_2}\sqrt{K_2}\alpha} \right].$$

Если, как и в предыдущем случае, опустить не влияющий на точность расчетов множитель $1 - \xi_2$, то получим выражения для расчета напряжения, действующего в среднем слое ремня и уравнение связи между координатой α_{2r} границы дуг сцепления и скольжения и относительной потерей скорости:

$$\sigma_{R2,\alpha} = \sigma_2 + \xi_2 E_F \left(\frac{e^{\sqrt{K_2}\alpha} + e^{-\sqrt{K_2}\alpha}}{2} - 1 \right),$$

$$\xi_2 \left(\frac{\sqrt{K_2} - \mu}{2} e^{\sqrt{K_2}\alpha_{2r}} - \frac{\sqrt{K_2} + \mu}{2} e^{-\sqrt{K_2}\alpha_{2r}} + \mu \right) = \mu \frac{\sigma_2}{E_F}.$$

Вывод

Таким образом, получены теоретические зависимости, описывающие закономерности функционирования ФРП с учетом, реально происходящих на дугах обхвата явлений и выражающиеся в учете не только продольной, но и имеющей место сдвиговой деформации эластомерного ремня.

Список цитированных источников

1. Алферов, С. А. Динамика зерноуборочного комбайна / С. А. Алферов. – М.: Машиностроение, 1973. – 253 с.
2. Решетов, Д. Н. Детали машин / Д. Н. Решетов. – М.: Машиностроение, 1989. – 496 с.

References

1. Alferov, S. A. Dinamika zemouborochnoho kombayna / S. A. Alferov. – M.: Mashinostroyeniye, 1973. – 253 s.
2. Reshetov, D. N. Detali mashin / D. N. Reshetov. – M.: Mashinostroyeniye, 1989. – 496 s.

Материал поступил в редакцию 19.12.2021