

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛЕЙ НАПРЯЖЕНИЙ ОТ ДЕЙСТВИЯ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НАГРУЗКИ ПРИ НАЛИЧИИ У ПОВЕРХНОСТИ КЛИНОВИДНОГО ДВОЙНИКА

Н. М. Симанович<sup>1</sup>, О. М. Остриков<sup>2</sup>, М. П. Кульгейко<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Аспирант кафедры «Механика» учреждения образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Гомель, Беларусь, e-mail: nataliasimoniha1991@gmail.com

<sup>2</sup> К. физ.-мат. н., доцент, доцент кафедры «Механика» учреждения образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Гомель, Беларусь, e-mail: omostrikov@mail.ru

<sup>3</sup> К. т. н., доцент, доцент кафедры «Графика» учреждения образования «Белорусский государственный университет транспорта», Гомель, Беларусь, e-mail: nataliasimoniha1991@gmail.com

### Реферат

Установлено влияние внешнего деформационного воздействия распределенной нагрузкой на напряжённое состояние в области клиновидного двойника. Показано изменение полей напряжений в приповерхностной области, содержащей двойник, в зависимости от интенсивности, равномерности и величины зоны внешнего силового нагружения.

**Ключевые слова:** механическое двойникование, поля напряжений, распределенная нагрузка.

### DETERMINATION OF STRESS FIELDS FROM THE ACTION OF A DISTRIBUTED LOAD IN THE PRESENCE OF A WEDGE-SHAPED TWIN AT THE SURFACE

N. M. Simanovich, O. M. Ostrikov, M. P. Kulgeiko

### Abstract

The influence of the external deformation effect of the distributed load on the stress state in the region of the wedge-shaped twin has been established. The change in stress fields in the near-surface region containing a twin is shown, depending on the intensity, uniformity and size of the external force loading zone.

**Keywords:** mechanical twinning, stress fields, distributed load.

### Введение

Двойникование, наряду со скольжением, является одним из распространенных видов пластической деформации металлов [1–3], а в определенных условиях может быть основным деформационным механизмом [4]. Этот процесс сопровождается концентрацией напряжений в вершинах и на границах двойниковых дефектов. Повышение напряженного состояния в области двойников обуславливает образование микротрещин с возможностью последующего усталостного разрушения материала.

В связи со значительной неопределенностью роли двойникования в деформировании и разрушении металлов и сплавов [3–6] важной задачей является изучение закономерностей и особенностей формирования полей напряжений у границ двойников в условиях воздействия различных факторов деформационного нагружения. Результат влияния двойникования на состояние и поведение материала определяется рядом условий и факторов, в том числе состоянием поверхности твердого тела.

### Постановка задачи

Процесс разрушения материала характеризуется стадией постоянного накопления повреждений, в результате которого образуются микротрещины [4]. Активную роль в зарождении и развитии микротрещин играет механическое двойникование, которое создаёт дополнительные внутренние напряжения наряду с напряжениями от действия внешней механической нагрузки на поверхности твердого тела. Действие внешней нагрузки при наличии двойника создаёт в материале сложное напряжённое состояние, которое определяется условиями внешнего нагружения [7].

Влияние клиновидных двойников на напряжённое состояние материала, находящегося под действием внешней нагрузки, особенно важно на уровне малых объёмов. В этих условиях решение практических задач механики деформируемого твёрдого тела в значительной степени определяется не только величиной внешнего воздействия, но и характером распределения нагружения на поверхности материала. Аналогичные условия могут иметь место, например, при работе электрических контактов [8]. Так наиболее сложной проблемой при конструировании разъёмных контактов является определение оптимальной величины контактного давления. А надёжность их работы определяется как эксплуатационными факторами (нагрузкой), так и конструктивно-технологическими, в том числе геометрией контактирующей поверхности. То есть работоспособность и надёжность контактов зависит от фактической площади контакта и площади контакта, проводящей ток (рабочей площади). Кроме того, многочисленные удары приводят к пластической деформации и сдвигу поверхностных слоёв. В этих условиях важное значение имеет возможность

прогнозирования напряжённого состояния приповерхностной области и поверхностного слоя материала, так как процесс разрушения начинается чаще на поверхности твёрдого тела.

Целью настоящей работы является оценка напряжённого состояния при деформировании поверхности рассредоточенной нагрузкой с наличием в материале клиновидного двойника.

### Методика решения задачи

На рис. 1 схематично представлен клиновидный двойник длиной  $L$  и шириной у устья  $H$  с формой границ, описываемой функциями  $f_1(y_0)$  и  $f_2(y_0)$ . На поверхности  $(-m \leq x \leq n)$  в области двойника действует распределённая нагрузка в виде нормального давления  $p(x)$ . При эквивалентном суммарном давлении  $P$  рассмотрим несколько вариантов нагружения: на рис. 1, а – равномерно распределённая нагрузка соответствует условиям плотного равномерного контакта; на рис. 1, б – условиям неплотного (частичного) контакта с неравномерно распределённой нагрузкой. При этом неравномерная нагрузка распределяется в соответствии с выражением

$$p(s) = \frac{c}{m} s + c \text{ или } p(s) = c \left( \frac{s}{m} + 1 \right), \quad (1)$$

где  $s$  – текущая координата точки пространства вдоль оси  $Ox$ ;

$c$  – постоянная, численно равная усилию в точке  $O$ ;

$m$  – начальная граница действия нагрузки.

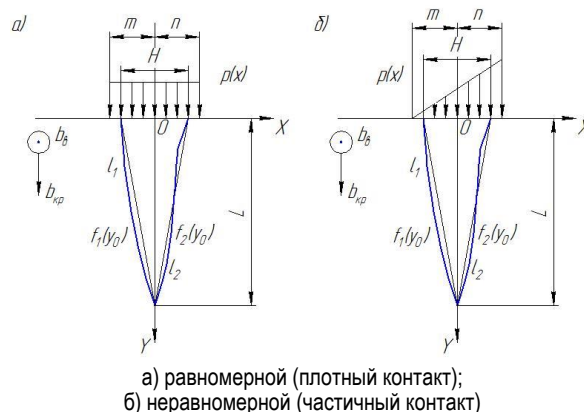


Рисунок 1 – Схематичное изображение двойника у поверхности с действующей на неё распределённой нагрузкой

Результирующие напряжения у поверхности, деформированной внешней нагрузкой при наличии двойника, могут быть найдены по формуле [3,7]:

$$\sigma_{ij}(x,y) = \sigma_{ij}^{\partial e}(x,y) + \sigma_{ij}^p(x,y), \quad (2)$$

где  $\sigma_{ij}^{\partial e}(x,y)$  – напряжения, создаваемые двойником;  
 $\sigma_{ij}^p(x,y)$  – напряжения от внешней нагрузки.

Напряжения, создаваемые рассматриваемым клиновидным двойником, могут быть определены из выражений, представленных в [3,7,9]:

$$\sigma_{ij}^{\partial e}(x,y) = \sigma_{ij}^{(1)}(x,y) + \sigma_{ij}^{(2)}(x,y), \quad (3)$$

где  $\sigma_{ij}^{(1)}(x,y)$  и  $\sigma_{ij}^{(2)}(x,y)$  – напряжения, которые создаются границами двойника.

Как показано в расчетах [3,7,9]:

$$\sigma_{ij}^{(1)}(x,y) = \int_0^L \sqrt{1+(f_1'(y_0))^2} \rho_1(y_0) \sigma_{ij}^{(1,0)}(x,y,y_0) dy_0, \quad (4)$$

$$\sigma_{ij}^{(2)}(x,y) = \int_0^L \sqrt{1+(f_1'(y_0))^2} \rho_2(y_0) \sigma_{ij}^{(2,0)}(x,y,y_0) dy_0, \quad (5)$$

где  $L$  – длина двойника;

$\rho_1(y_0)$  и  $\rho_2(y_0)$  – плотность двойнивающих дислокаций на границах клиновидного двойника;

$\sigma_{ij}^{(1,0)}$  и  $\sigma_{ij}^{(2,0)}$  – напряжения, создаваемые на двойниковых границах отдельными дислокациями.

Компоненты напряжений, создаваемых единичной двойнивающей дислокацией, находящейся на двойниковой границе при нахождении двойника вблизи поверхности, определяются из соотношений, представленных в [10] по методике [3]. В данной работе, принимая во внимание выводы [11] о том, что наиболее существенное влияние поверхности на конфигурацию полей напряжений оказывается в случае скалывающих напряжений, расчеты выполняются на примере распределения величины сдвиговой компоненты  $\sigma_{xy}$  тензора напряжений, то есть определяются напряжения  $\sigma_{xy}^{(1,0)}$  и  $\sigma_{xy}^{(2,0)}$ .

Принимая также допущение, что двойник имеет форму равнобедренного треугольника с прямолинейными границами и плотностью двойнивающих дислокаций на них  $\rho_1 = \rho_2 = \rho = const$  в соответствии с [9], уравнения (4) и (5) примут вид:

$$\sigma_{xy}^{(1)} = \rho \sqrt{1 + \left(\frac{H}{2L}\right)^2} \int_0^L \sigma_{xy}^{(1,0)}(x,y,y_0) dy_0; \quad (6)$$

$$\sigma_{xy}^{(2)} = \rho \sqrt{1 + \left(\frac{H}{2L}\right)^2} \int_0^L \sigma_{xy}^{(2,0)}(x,y,y_0) dy_0. \quad (7)$$

Сдвиговые напряжения от действия нормальной распределенной нагрузки  $p(x)$  определяются в соответствии с рекомендациями [3,12] по формуле:

$$\sigma_{xy}^p = -\frac{2y^2}{\pi} \int_{-m}^n \frac{p(s)(x-s)ds}{[(x-s)^2 + y^2]^2}, \quad (10)$$

где  $m$  и  $n$  – границы действия внешней нагрузки;  
 $s$  – параметр интегрирования (см. рис.1).

### Результаты и их обсуждение

Графическая интерпретация результатов представлена на рис. 2–6. В расчетах для  $H = 10$  мкм и  $L = 80$  мкм принято [3]:

$$b_{кр} = 0,2 \cdot 10^{-9} \text{ м} [13]; \mu = 12,4 \cdot 10^9 \text{ Па} [1]; \nu = 0,33 [13].$$

Линейная плотность двойнивающих дислокаций на двойниковых границах  $\rho = 0,189$  определена из [3] при межатомном расстоянии  $a = 3,3 \cdot 10^{-10}$  м [14].

Для проведения дальнейшего сравнительного анализа по оценке влияния внешнего силового воздействия на напряженное состояние поверхности и в приповерхностной области, содержащей двойник, на рис. 2 представлено распределение сдвиговых напряжений у клиновидного двойника при отсутствии внешней нагрузки.

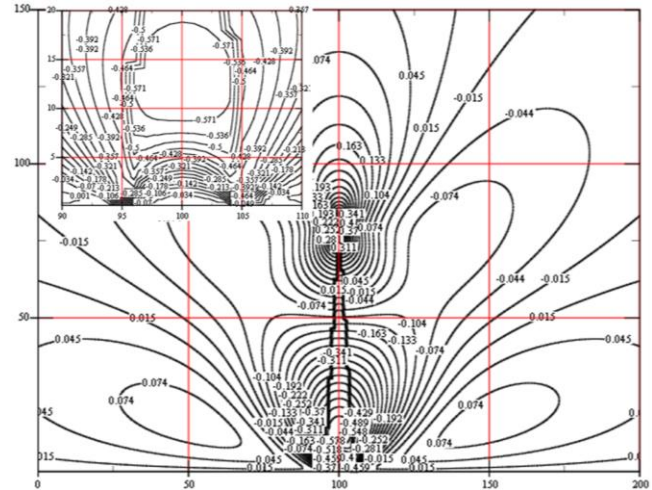
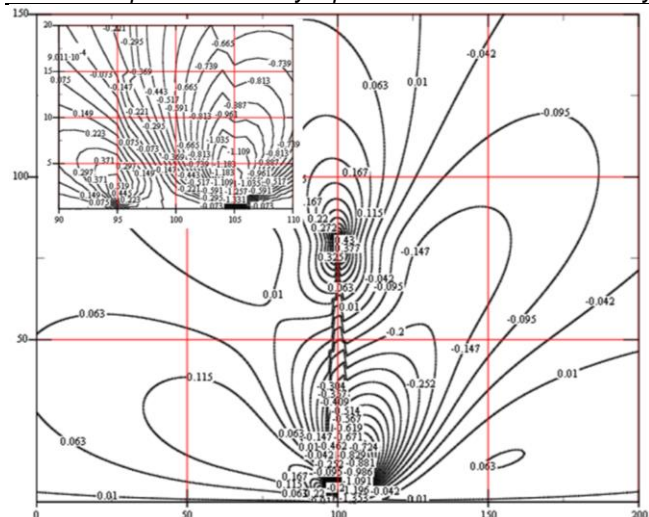


Рисунок 2 – Напряжения у клиновидного двойника при отсутствии внешней нагрузки

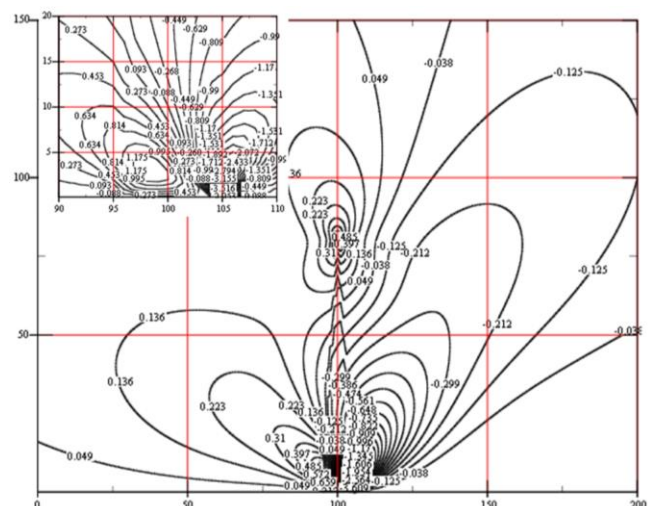
В целом конфигурация полей напряжений симметрична относительно плоскости двойникования. Отмечается концентрация напряжений у двойниковых границ и, прежде всего, у вершины двойника. Вдоль двойника от устья к вершине напряжения уменьшаются и приблизительно на расстоянии двух третей длины двойника от поверхности меняют знак, а затем увеличиваются и достигают максимума у вершины двойника. При удалении от устья двойника вдоль поверхности (ось OX) напряжения также меняют знак и интенсивно убывают. При этом максимальные отрицательные напряжения наблюдаются внутри двойника на расстоянии 10–15 мкм от поверхности. Это относится и к зонам концентрации положительных напряжений вдали от двойника вдоль оси OX, т. е. на поверхности напряжения минимальные, а большие значения имеют место в приповерхностной области.

На рис. 3 представлена картина распределения напряжений  $\sigma_{xy}$  при действии на поверхности равномерно распределенной нагрузки  $p(s) = 3$  Н/м в пределах ширины двойника, т. е. при  $m = n = H/2$  (см. рис. 1,а). Здесь имеем несимметричную конфигурацию полей напряжений, особенно у поверхности. На одной границе у устья двойника вблизи поверхности наблюдаются положительные напряжения, у другой – отрицательные, причем численное отношение напряжений по абсолютной величине около трех. Далее по направлению к вершине двойника напряжения вдоль обеих двойниковых границ постепенно выравниваются. И у вершины двойника концентрация напряжений практически соответствует величине напряжений при отсутствии внешнего воздействия (см. рис. 2). Таким образом, небольшая внешняя нагрузка приводит к существенному изменению полей напряжений у поверхности в области приложения усилия и незначительному изменению напряжений вдали от двойника. Происходит перераспределение напряжений с локализацией их на двойниковых границах у устья двойника. Действие внешней нагрузки ограничивается приповерхностной областью и практически не распространяется на глубину длины двойника.



**Рисунок 3** – Напряжения у клиновидного двойника при действии распределенной нагрузки  $p(x)$  на поверхности в пределах ширины двойника

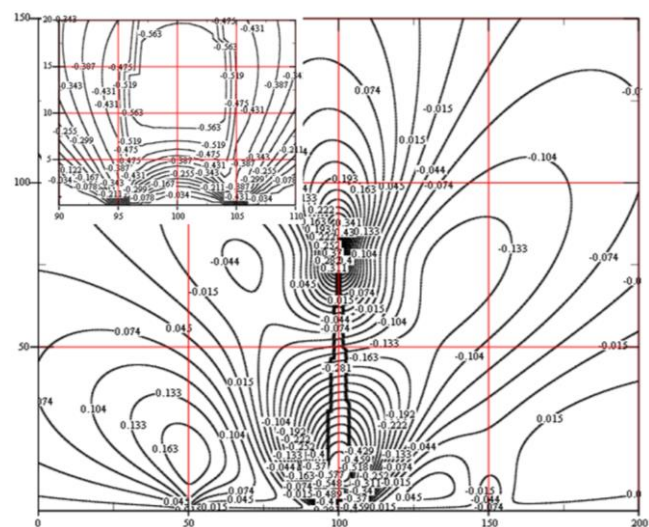
Целесообразно рассмотреть распределение напряжений у клиновидного двойника при той же эквивалентной внешней нагрузке в условиях неполного (частичного) контакта поверхностей. Силовое воздействие, распространяющееся, как и в предыдущем случае в пределах ширины двойника, т. е.  $m = n = H/2$ , подчиняется закономерности (1) при  $c = 6$  (см. рис. 1, б). Безусловно имеем существенно несимметричную конфигурацию полей напряжений как на поверхности, так и вдоль двойниковых границ (рис. 4), причем с большей разницей численных значений вдоль границ по сравнению с равномерным нагружением. Так, на двойниковой границе у поверхности в зоне действия  $p(s) = \max$  напряжения увеличились практически в три раза, а на противоположной границе, где  $p(s) = 0$ , уменьшились в два раза. И только в близлежащей к вершине двойника области наблюдается практически симметричное поле напряжений с такими же численными значениями, как и при равномерно распределенной внешней нагрузке. При этом следует также отметить соответствие полей в отношении знаков напряжений при плотном и частичном контакте поверхностей.



**Рисунок 4** – Напряжения у клиновидного двойника при действии неравномерно распределенной нагрузки  $p(x)$  на поверхности в пределах ширины двойника

Представляет теоретический интерес и практическую целесообразность анализ распределения полей напряжений при увеличении площади контакта. На рис. 5 представлено поле напряжений у клиновидного двойника при действии равномерно распределенной

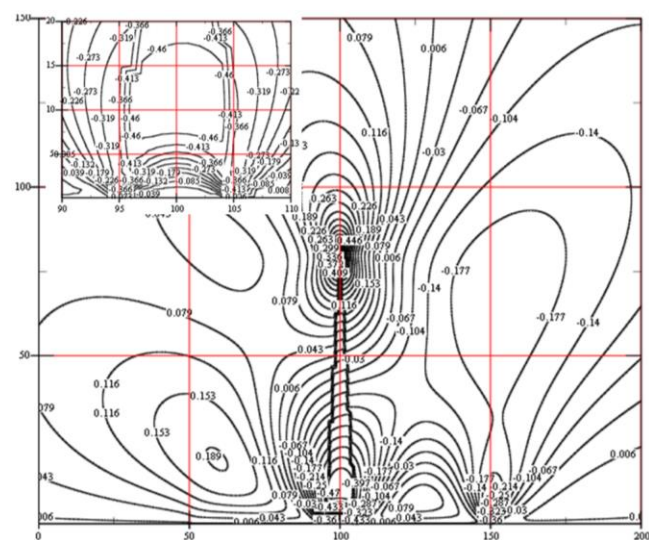
нагрузки. Принимались границы силового воздействия  $m = n = 5H$ , тогда эквивалентная нагрузка составит  $p(s) = 0,3 \text{ Н/м}$ .



**Рисунок 5** – Напряжения у клиновидного двойника при действии распределенной нагрузки  $p(x)$  на поверхности в интервале  $10H$

Общая конфигурация поля напряжений в целом подобна расположению линий равных напряжений в материале без нагрузки (см. рис. 2). Это относится также и к численным значениям и последовательности изменения знаков напряжений. И только на граничных участках действия внешней нагрузки в приповерхностных областях наблюдается незначительная концентрация напряжений.

Аналогичную картину можно наблюдать при действии в том же интервале  $m = n = 5H$  неравномерно распределенной эквивалентной ( $c = 0,6$ ) нагрузки (рис. 6). Отмечается только несколько большая несимметричность полей напряжений относительно плоскости двойникования, а также концентрация напряжений на границе  $p(s) = \max$  и некоторое увеличение в приповерхностной области на границе  $p(s) = 0$ . Следовательно, при увеличении площади контакта действие внешней нагрузки незначительно влияет на напряженное состояние в области двойника и более значимо ее влияние на распределение напряжений в приповерхностной области материала.



**Рисунок 6** – Напряжения у клиновидного двойника при действии равномерно распределенной нагрузки  $p(x)$  на поверхности в интервале  $10H$



**Заключение**

Таким образом установлено, что внешнее силовое воздействие заданной интенсивности незначительно влияет на концентрацию напряжений у вершины двойника. Более значимо его влияние на распределение полей напряжений в приповерхностной области материала. Аналогичное влияние наблюдается при увеличении зоны действия соответствующего поверхностного нагружения. Приложение неравномерной нагрузки увеличивает несимметричность полей напряжений относительно плоскости двойникования.

**Список цитированных источников**

1. Классен-Неклюдова, М. В. Механическое двойникование кристаллов / М. В. Классен-Неклюдова. – М.: Изд-во АН СССР, 1960. – 261 с.
2. Полухин, П. И. Физические основы пластической деформации / П. И. Полухин, С. С. Горелик, В. К. Воронцов. – М.: Metallurgia, 1982. – 586 с.
3. Остриков, О. М. Механика двойникования твердых тел: монография / О. М. Остриков. – Гомель: ГГТУ им. П. О. Сухого, 2008. – 301 с.
4. Федоров, В. А. Дислокационные механизмы разрушения двойникующихся металлов / В. А. Федоров, Ю. И. Тялин, В. А. Тялина. – М.: Издательство Машиностроение-1, 2004. – 336 с.
5. Трефилов, В. И. Физические основы прочности тугоплавких металлов / В. И. Трефилов, Ю. В. Мильман, Ф. А. Фирстов. – К.: Наук. думка, 1976. – 315 с.
6. Финкель, В. М. Физические основы торможения разрушения / В. М. Финкель. – М.: Metallurgia, 1977. – 360 с.
7. Остриков, О. М. Напряженное состояние у поверхности кристалла, деформируемой сосредоточенной нагрузкой, при наличии клиновидного двойника / О. М. Остриков // Журнал технической физики. – 2009. – Т. 79, № 5. – С. 137–139.
8. Мышкин, М. К. Электрические контакты / Н. К. Мышкин, В. В. Кончиц, М. Браунович. – Долгопрудный: Издательский Дом «Интеллект», 2008. – 560 с.
9. Остриков, О. М. Дислокационная макроскопическая модель клиновидного двойника / О. М. Остриков // Вестник ГГТУ им. П. О. Сухого. – 2006, № 2. – С. 10–18.
10. Косевич, А. М. О дислокационной модели двойникования / А. М. Косевич, А. А. Пастур // Физика твердого тела. – 1961. – Т.3, № 4. – С. 1291–1297.
11. Остриков, О. М. Роль поверхности в формировании напряженного состояния у клиновидного нанодвойника / О. М. Остриков // Вестник ГГТУ им. П. О. Сухого. – 2012. – № 3. – С. 49–18.
12. Джонсон, К. Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон. – М.: Мир, 1989. – 510 с.
13. Лившиц, Б. Г. Физические свойства металлов и сплавов / Б. Г. Лившиц. – М.: ГНТИ, 1959. – 386 с.

**References**

1. Klassen-Neklyudova, M. V. Mekhanicheskoe dvojnukovanie kristallov / M.V. Klassen-Neklyudova. – M.: Izd-vo AN SSSR, 1960. – 261 s.
2. Poluhin, P. I. Fizicheskie osnovy plasticheskoy deformacii / P. I. Poluhin, S. S. Gorelik, V. K. Voroncov. – M.: Metallur-giya, 1982. – 586s.
3. Ostrikov, O. M. Mekhanika dvojnukovaniya tverdyh tel: mono-grafiya / O. M. Ostrikov. – Gome!': GGTU im. P. O. Suhogo, 2008. – 301 s.
4. Fedorov, V. A. Dislokacionnye mekhanizmy razrusheniya dvojnukuyushchihsy metallov / V. A. Fedorov, YU. I. Tyalin, V. A. Tyalina. – M.: Izdatel'stvo Mashinostroenie-1, 2004. – 336 s.
5. Trefilov, V. I. Fizicheskie osnovy prochnosti tugoplavkih metallov / V. I. Trefilov, YU. V. Mil'man, F. A. Firstov. – K.: Nauk. dumka, 1976. – 315 s.
6. Finkel', V. M. Fizicheskie osnovy tormozheniya razrusheniya / V. M. Finkel'. – M.: Metallurgiya, 1977. – 360 s.
7. Ostrikov, O. M. Napryazhennoe sostoyanie u poverhnosti kristalla, deformiruemoj sosredotochennoj nagruzkoj, pri nalichii klinovidnogo dvojnika/ O. M. Ostrikov // ZHurnal tekhnicheskoy fiziki. – 2009. – T.79, №5. – S. 137–139.
8. Myshkin, M. K. Elektricheskie kontakty/ N. K. Myshkin, V. V. Konchic, M. Braunovich. – Dolgoprudnyj: Izdatel'skij Dom «Intellect», 2008. – 560 s.
9. Ostrikov, O. M. Dislokacionnaya makroskopicheskaya model' klinovidnogo dvojnika / O. M. Ostrikov // Vestnik GGTU im. P. O. Suhogo. – 2006, № 2. – S.10–18.
10. Kosevich, A. M. O dislokacionnoj modeli dvojnukovaniya / A. M. Kosevich, A. A. Pastur // Fizika tverdogo tela. – 1961. – T.3, №4. – S. 1291–1297.
11. Ostrikov, O. M. Rol' poverhnosti v formirovanii napryazhennogo sostoyaniya u klinovidnogo nanodvojnika / O. M. Ostrikov // Vestnik GGTU im. P.O. Suhogo. – 2012.– № 3.– S.49-18.
12. Dzhonson, K. Mekhanika kontaktnogo vzaimodejstviya / K. Dzhonson. – M.: Mir, 1989.– 510s.
13. Livshic, B. G. Fizicheskie svojstva metallov i splavov / B. G. Livshic. – M.: GNTI, 1959. – 386s.

*Материал поступил в редакцию 03.05.2021*