

УДК 624.15:692.115

ОБЕСПЕЧЕНИЕ ТРЕБОВАНИЙ НАДЕЖНОСТИ ОСНОВАНИЙ ФУНДАМЕНТОВ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ГЕОТЕХНИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ

Н. Н. Шалобыта¹, П. С. Пойта², В. В. Тур³, Т. П. Шалобыта⁴

¹ К. т. н., доцент, проректор по научной работе, УО «Брестский государственный технический университет», Брест, Беларусь, e-mail: nnshalobyta@mail.ru

² Д. т. н., профессор, профессор кафедры геотехники и транспортных коммуникаций, УО «Брестский государственный технический университет», Брест, Беларусь, e-mail: ppsbrest@mail.ru

³ Д. т. н., профессор, заведующий кафедрой технологии бетона и строительных материалов, УО «Брестский государственный технический университет», Брест, Беларусь, e-mail: tur.s320@mail.ru

⁴ К. т. н., доцент, доцент кафедры технологии бетона и строительных материалов, УО «Брестский государственный технический университет», Брест, Беларусь, e-mail: t_shalobyta@mail.ru

Реферат

Вопросы обеспечения надежности и долговечности зданий и сооружений традиционно занимают центральное место в геотехнической практике, поскольку любые деформации оснований фундаментов способны привести к серьезным эксплуатационным проблемам и значительным материальным потерям. В соответствии с действующим ГОСТ 27751-2014 [1] оценку надежности грунтового основания предписывается выполнять с использованием вероятностно-статистических методов, предполагающих наличие полной информации о распределениях случайных величин, характеризующих физико-механические свойства грунтов и внешние нагрузки. Однако реальная ситуация в области инженерно-геологических изысканий часто сопряжена с дефицитом исходных данных, ограниченным объемом испытаний и существенной пространственной изменчивостью параметров массива грунта, что делает прямое применение классических статистических подходов затруднительным или некорректным [4, 6].

Особую сложность представляет оценка надежности по критерию осадки, поскольку основание фундамента функционирует не изолированно, а как неотъемлемое звено единой механической системы «основание – фундамент – надземная конструкция», где взаимодействие элементов носит сложный нелинейный характер [4]. При этом в нормативной и методической литературе отсутствуют четкие практические рекомендации по выполнению вероятностных расчетов надежности для грунтовых оснований в условиях ограниченной статистической информации о свойствах грунтов и параметрах нагрузок [4]. Это обстоятельство существенно сдерживает внедрение риск-ориентированного подхода при проектировании и эксплуатации объектов капитального строительства. Грунты относятся к наиболее изменчивым из всех инженерных материалов, что делает их весьма восприимчивыми к вероятностной обработке, однако при ограниченных данных классические вероятностные методы уступают место альтернативным подходам, основанным на теории нечетких множеств и теории возможностей [6, 10, 11].

В связи с изложенным, целью настоящей работы является аналитический обзор существующих методов оценки надежности основания и фундаментов, применимых на стадии эксплуатации при неполных исходных данных [6, 13, 15]. Особое внимание уделяется сравнительной характеристике подходов, их преимуществам и недостаткам, а также возможностям адаптации для решения практических задач геотехнического мониторинга. Результаты обзора призваны обосновать выбор наиболее рациональных расчетных схем и способов учета неопределенности, что позволит повысить достоверность прогноза осадок и безопасность принимаемых инженерных решений.

Ключевые слова: основания и фундаменты, инженерно-геологические условия, деформации, несущий слой грунта, осадки зданий и сооружений, неравномерность осадок, вероятностные методы, надежность зданий.

ENSURING THE RELIABILITY REQUIREMENTS OF THE FOUNDATION BASE UNDER THE CONDITIONS OF THE UNCERTAINTY OF GEOTECHNICAL PARAMETERS

N. N. Shalobyta, P. S. Poyta, V. V. Tur, T. P. Shalobyta

Abstract

Issues of ensuring the reliability and durability of buildings and structures traditionally occupy a central place in geotechnical practice, since any deformations of the foundation soil can lead to serious operational problems and significant material losses. In accordance with the current GOST 27751-2014 [1], the reliability assessment of the soil foundation is prescribed to be performed using probabilistic and statistical methods that assume the availability of complete information on the distributions of random variables characterizing the physical and mechanical properties of soils and external loads. However, the actual situation in the field of engineering geological surveys is often associated with a deficit of baseline data, a limited volume of testing, and significant spatial variability of the soil mass parameters, which makes the direct application of classical statistical approaches difficult or incorrect [4, 6].

Assessing reliability by the settlement criterion poses a particular challenge, since the foundation soil does not function in isolation, but as an integral link in a single mechanical system of "soil–foundation–superstructure", where the interaction of elements is of a complex, non-linear nature [4]. At the same time, the regulatory and methodological literature lacks clear practical recommendations for performing probabilistic reliability calculations for soil foundations under conditions of limited statistical information on soil properties and load parameters [4]. This circumstance significantly restrains the implementation of a risk-oriented approach in the design and operation of capital construction facilities. Soils are among the most variable of all engineering materials, making them highly susceptible to probabilistic processing; however, with limited data, classical probabilistic methods give way to alternative approaches based on fuzzy set theory and possibility theory [6, 10, 11].

In view of the above, the purpose of this work is to provide an analytical review of existing methods for assessing the reliability of foundations and footings, applicable at the operational stage with incomplete baseline data [6, 13, 15]. Special attention is paid to the comparative characteristics of the approaches, their advantages and disadvantages, as well as the possibilities of adaptation for solving practical problems of geotechnical monitoring. The results of the review are intended to justify the choice of the most rational design schemes and methods for accounting for uncertainty, which will increase the reliability of settlement forecasting and the safety of engineering decisions made.

Keywords: operational control, wastewater disposal systems, waste water, reinforced concrete structures, regulatory documents, technical condition assessment, forecasting, probabilistic methods, building reliability.

Введение

В рамках стратегии устойчивого развития оценке безопасности строительных сооружений на протяжении всего их жизненного цикла уделяется особое внимание. Основными причинами роста ответственности за безопасность зданий и сооружений являются:

- урбанизация и плотность застройки;
- сложность архитектурных форм и новые технологии возведения;
- изменение климата;
- антропогенные риски (наводнения, землетрясения, взрывы и т. д.);
- развитие и ужесточение требований нормативно-правовой базы;
- ужесточение уголовной и административной ответственности и др.

Все эти факторы оказывают влияние на несущие конструкции и фундаменты строительных сооружений, их оснований и требуют оценки их безопасности, выраженной в терминах конструкционной надежности.

В современных математических моделях, применяемых для проверок предельных состояний строительных конструкций получили развитие вероятностно-статистические методы расчетов надежности несущих конструкций для условий неполной информации о изменчивости контролируемых параметров. Применительно к основаниям фундаментов зданий и сооружений эти методы получили развитие и внедрение в практику в работах ряда исследований [1–8, 10, 12–17, 25, 34–36]. При этом практические методы проектирования оснований зданий и сооружений, изложенные, например, в СП 5.01.01-2023 [26], базируются на полуввероятностном методе проверок предельных состояний, в котором используют частные коэффициенты безопасности, удобные для практических расчетов и имеющие вполне определенный смысл. В то же время раздельное определение и применение частных коэффициентов безопасности не позволяет учесть влияние всех факторов для оснований, а учитывает влияние только одного или нескольких, рассматривая их как стохастические, а другие – как детерминированные. При этом следует отметить, что для грунтовых оснований оценка частных коэффициентов безопасности чаще всего производится с применением традиционных подходов без учета особенностей применяемых методов экспериментальных исследований, действительной работы грунтов в основании и изменения их свойств во времени под действием внешних воздействий. При таком подходе важным является вопрос о количественной оценке вероятности безопасной работы основания с учетом реологических свойств грунтов.

Теория надежности оснований, основанная на вероятностных расчетах несущей способности и осадки основания под фундаментом строительного сооружения, охватывает проблемы, связанные как с учетом статистической изменчивости нагрузки, так и характеристик грунтов (т. е. изменчивостью их механических свойств в зависимости от влажности, плотности, температуры и т. д.) от которых в большой степени зависит несущая способность оснований фундаментов.

С точки зрения теории надежности, строительное сооружение – это механическая система, состоящая из трех элементов: основания, фундамента и надземной конструкции. Вероятность безотказной работы здания сооружения (P_c), как последовательной системы, определяется произведением вероятностей безотказной работы каждого элемента (P_i) [1]. В данном случае отказ одного из элементов может привести к отказу всей системы [5]. В многообразии работы элементов данной системы основание фундамента отличается тем, что его разрушение (постепенное или внезапное) часто приводит к непоправимому ущербу для всей системы.

1. Основная часть

1.1 Общие положения

Рассматривая расчётные методы оценки надежности элементов конструктивных систем зданий, следует отметить, что они в основном зависят от объема и точности статистической информации о контролируемых базисных переменных, входящих в математические модели, применяемые для проверки предельных состояний. Так, например, согласно стандарту ГОСТ 27751-2014 [1], расчет надежности фундаментов вероятностно-статистическим методом рекомендуется выполнять, если исходная статистическая информация о случайных величинах (параметрах/базисных переменных ма-

тематической модели предельного состояния) достаточна для их статистического анализа [12]. Однако, несмотря на наличие теории в целом, многие параметры случайных величин, рассчитанные различными способами, часто существенно отличаются друг от друга. Это связано, с одной стороны, как с экстраполяцией результатов, полученных в экспериментальных условиях, и их непосредственным использованием в условиях, отличающихся от опытных (без учета изменения напряженно-деформируемого состояния грунтов), так и с применением различных методов оценки влияния изменчивости свойств грунтов на несущую способность и деформативность основания.

Многие неопределенности прочностных и деформационных характеристик грунта и его моделей сопротивления с учетом действительных нагрузок, часто затрудняют оценку эффективности геотехнического проекта. В традиционных детерминистских подходах данные неопределенности не представлены явно и не включаются в расчётный анализ. В первую очередь при расчетах принимается модель, при которой назначается некоторый консервативный коэффициент безопасности (γ_F) на основе концепции «расчетного риска» [22, 23]. Данный подход к проектированию на основе применения частного коэффициента (γ_F) часто приводит к неэффективному проектированию с неизвестным и/или непостоянным уровнем безопасности.

Традиционный метод допускаемых напряжений (Allowable Stress Design (ASD)) долгое время доминировал при проектировании геотехнических сооружений. В общем случае применительно к грунтовым основаниям уравнение данного метода можно представить в следующем виде:

$$FS = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{\sum_{j=1}^m Q_j} \geq FS_{req}, \quad (1)$$

где R_i – составляющие сопротивления (несущая способность, угол внутреннего трения и т. д.);

Q_j – составляющие нагрузки;

FS_{req} – нормативный (допускаемый) коэффициент запаса.

Анализ использования данного метода на протяжении многих десятилетий показал, что, по сути, все неопределенности в нагрузках, свойствах материалов, расчетных моделях «схлопываются» в единый коэффициент запаса, при этом расчет выполняется с использованием их характеристических (нормативных) значений без учета их статистической изменчивости. Имея значительные преимущества, такие как простота использования метода с единым коэффициентом запаса, который в подавляющем большинстве случаев назначается на основании многолетней практики проектирования, понятность / ясность, основанная на классических подходах при определении нагрузок и сопротивлений конструкции, апробированной на многолетнем опыте, имеет значительные недостатки. Главный из них – один и тот же коэффициент запаса, вне зависимости от вида воздействия и схемы работы, может соответствовать различным уровням надежности. Это приводит к ситуации, когда для разных расчетных ситуаций (например, различное соотношение постоянных и переменных нагрузок) реальная вероятность отказа резко возрастает. При этом так же необходимо отметить невозможность учета корреляции между нагрузкой и сопротивлением основания, что в геотехнике особенно актуально, ибо в конечном итоге в одних случаях приводит к излишнему запасу несущей способности, а в других, наоборот – к недостаточному.

Данный подход долгое время доминировал в проектировании геотехнических сооружений, однако периодически подчёркивалась важность метода частных коэффициентов. Так использование частных коэффициентов, как для нагрузок, так и для параметров прочности грунта было инициировано еще Хансеном [26] из Датского геотехнического института (DGI). Позднее формат частных коэффициентов безопасности был признан и официально внесён в нормы специалистами DGI [27], а позже и в нормы других Европейских стран. Однако необходимо отметить, что данный процесс был последовательным и для достижения более рациональной и последовательной оценки безопасности в ряде источников предлагалось использовать общий подход к проектированию, основанный на теории надежности (Reliability-Based Design (RBD)) [1–3, 5, 7, 28].

1.2 Проектирование с использованием подхода, основанного на теории надёжности (полностью вероятностный метод)

Подход к проектированию на основе положений теории надёжности (RBD), применительно к проектированию геотехнических конструкций часто реализуется с целевым индексом надёжности или вероятностью отказа, который определяется на основе анализа затрат и выгод, уравнивающих инвестиции и риск, с учетом вероятности и последствий отказа [28]. В концепции полностью вероятностного метода проектирования несущая способность конструкции (R) и воздействия (ΣQ_i) признаются случайными величинами, имеющими свои законы распределения вероятностей (чаще всего рассматривают нормальный закон распределения Гаусса или распределения экстремальных значений Гумбеля/Вейбулла). Функцию предельного состояния Z в этом случае можно записать следующим образом:

$$Z = R - \sum_{i=1}^m Q_i. \quad (2)$$

Если $Z > 0$ – конструкция безопасна, если $Z \leq 0$ – происходит отказ (разрушение или недопустимый прогиб). Поскольку R и S случайные величины, то и функция Z имеет свое распределение со средним значением μ_Z и среднеквадратическим отклонением σ_Z . Поэтому индекс надёжности β имеет следующую запись:

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z}. \quad (3)$$

Тогда вероятность того, что здание не разрушится $P_f = P(Z > 0)$, математически равна площади красной зоны на графике рисунка 1. Площадь неокрашенной части представляет вероятность отказа и напрямую связана с индексом β через функцию стандартного нормального распределения Лапласа (Φ):

$$P_f = \Phi(-\beta). \quad (4)$$

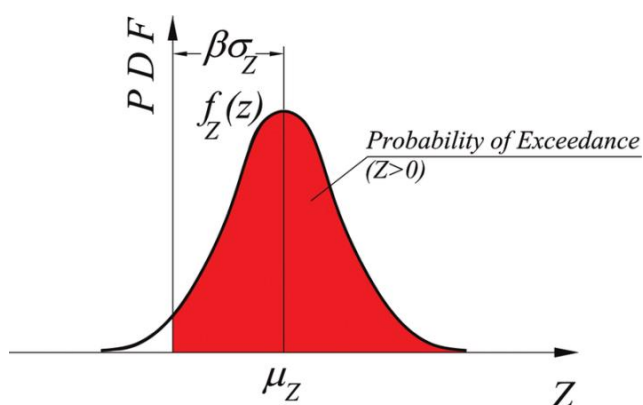


Рисунок 1 – Плотность распределения вероятности для функции состояния

В инженерной практике концепция проектирования, основанного на положениях теории надёжности (RBD) разделена на три уровня сложности [28, 32, 34]:

уровень III (полностью вероятностный). Нагрузки и сопротивления интегрируются как многомерные случайные процессы. Расчет выполняется численными методами (например, методом Монте-Карло);

уровень II (приближенный вероятностный). Сложные распределения заменяют эквивалентными нормальными распределениями. Для поиска индекса надёжности β используются упрощенные алгоритмы, такие как FORM (First-Order Reliability Method) или SORM (Second-Order Reliability Method);

уровень I (полувероятностный). Основанный на назначенных нормах фиксированными коэффициентами безопасности по нагрузкам и сопротивлению материалов при обеспечении установленного индекса надёжности $\beta = 3,8$ с вероятностью отказа $P_f \approx 7 \cdot 10^{-5}$. В рамках полувероятностного метода базисные пере-

менные определены с учётом их статистической изменчивости, а проверка предельных состояний сведена до проверки детерминистических неравенств вида $E_d \leq R_d$.

В контексте вероятностного подхода (RBD) характеристики геотехнической конструкции должны анализироваться с использованием вероятностных методов, которые явно учитывают неопределенности во входных параметрах и/или применяемых расчетных моделях. Несмотря на определенную исследованность вопросов по статистическим методам оценки физико-механических характеристик грунтов [5, 7, 22, 23, 24, 33, 34], до настоящего времени не удалось получить достоверные расчетные модели оснований зданий и сооружений и критерии их ошибок ввиду ограниченности данных. В связи со сложностью определения точной статистической характеристики параметров грунтов и ошибок моделирования на практике вероятностный подход (RBD) не нашел широкого применения в геотехнической практике.

1.3 Применение полувероятностного метода частных коэффициента к проблемам геотехнического проектирования. Подходы к калибровке частных коэффициентов

1.3.1 Требования EN 1990 к проверкам предельных состояний

Учитывая проблемы, связанные с применением полностью вероятностного подхода, в современной практике проектирования, повсеместно используется подход, при котором для расчета назначаются фиксированные значения частных коэффициентов безопасности по нагрузкам и частных коэффициентов для сопротивления грунтового основания. Данный подход по своему построению и реализации является более простым вариантом вероятностного подхода (RBD).

Стандарт EN 1990 (CEN, 2002)[40] предлагает использовать формат частного коэффициента безопасности для расчета конструкций на основе концепции проектирования по предельным состояниям (Lime State Design – LSD), что по сути является практической реализацией уровня I (полувероятностного) метода. При этом условие метода LSD, в контексте частных коэффициентов, рассматривается следующим образом:

$$\sum_{i=1}^n \gamma_{F,i} \cdot \psi \cdot Q_{k,i} \leq \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot R \left\{ \eta_i \cdot \frac{X_{k,i}}{\gamma_{m,i}}; a_d \right\}, \quad (5)$$

где $\gamma_{F,i}$ – частный коэффициент эффекта отдельного воздействия;

ψ – коэффициент сочетаний для воздействия;

$Q_{k,i}$ – характеристическое значение воздействия;

γ_{Rd} – частный коэффициент, учитывающий неопределенность расчетной модели сопротивления, включая отклонения геометрических параметров (при необходимости);

$R \left\{ \eta_i \cdot \frac{X_{k,i}}{\gamma_{m,i}}; a_d \right\}$ – значение функции сопротивления, в котором:

$X_{k,i}$ – значение i -ой характеристики свойств материала и изделия;

$\gamma_{m,i}$ – частный коэффициент для характеристики свойства материала и изделия, учитывающий возможные неблагоприятные отклонения характеристики свойства материала или изделия от характеристического значения, а также случайную часть коэффициента преобразования η_i ;

a_d – значение геометрического параметра изделия.

1.3.2 Метод частных коэффициентов согласно EN 1997-1:2004 [41]

В рамках метода предельных состояний в стандарте EN 1997-1 (CEN, 2004) [41] предложены три подхода к проектированию геотехнических сооружений, в которых коэффициент сопротивления определяется либо свойствами материала, либо общим сопротивлением. Их предназначение – гарантировать, что расчетное значение воздействия (нагрузки) будет «опаснее» (обычно больше), а расчетное сопротивление – «безопаснее» (обычно меньше), чем их номинальные значения [40, 41].

Частные коэффициенты представлены следующими основными группами:

- коэффициенты для воздействий – $\gamma_{F,i}$;
- коэффициенты свойств грунтов – $\gamma_{m,i}$;
- коэффициенты для сопротивления – $\gamma_{R,i}$.

Используются в расчетах характеристики грунта имеют их расчетные значения.

При геотехническом проектировании предложены следующие подходы [40]:

- DA–1. Производится проверка по двум комбинациям частных коэффициентов:
 - коэффициентом к нагрузкам;
 - коэффициентам к свойствам грунта.
- DA –2. Производится проверка по коэффициентам к нагрузкам и итоговому сопротивлению грунта.
- DA–3. Производится проверка по коэффициентам к нагрузкам и к свойствам грунта.

Выбор конкретного подхода и значения коэффициентов определяется Национальным положением (National Annex) каждой страны.

Основные факторы изменчивости и неопределенности базисных переменных, влияющие на геотехническое проектирование, представлены на рисунке 2. Цель геотехнического проектирования –

управление рисками и неопределённостями при сохранении приемлемого уровня надёжности для типовых конструкций. Это также является целью применения метода частных коэффициентов в стандарте EN 1997-1:2004 [41], как и любой другой методологии проектирования, основанной на оценке рисков. Таким образом, требования стандарта EN 1997-1:2004 направлены на достижение целевого уровня надёжности с использованием расчётных значений, полученных путём применения системы частных коэффициентов к характеристическим значениям сопротивлений (R) и нагрузок (E). Расчетные значения сопротивления (R_d) получают путем деления их характеристических значений (R_k) на частный коэффициент (γ_R). Частный коэффициент γ_R калибруют для обеспечения заранее заданного целевого уровня надёжности (β_T). Для сопротивления $R(X_1, X_2, \dots, X_n)$ расчётные значения геотехнических параметров, входящих в расчётную модель сопротивления, определены в стандарте EN 1997-1:2004 традиционным способом:

$$X_d = X_k / \gamma_M, \quad (6)$$

где X_k — характеристическое значение геотехнического параметра;

γ_M — частный коэффициент для конкретного геотехнического параметра, учитывающий также неопределённости и отклонения от заданных параметров модели [51].

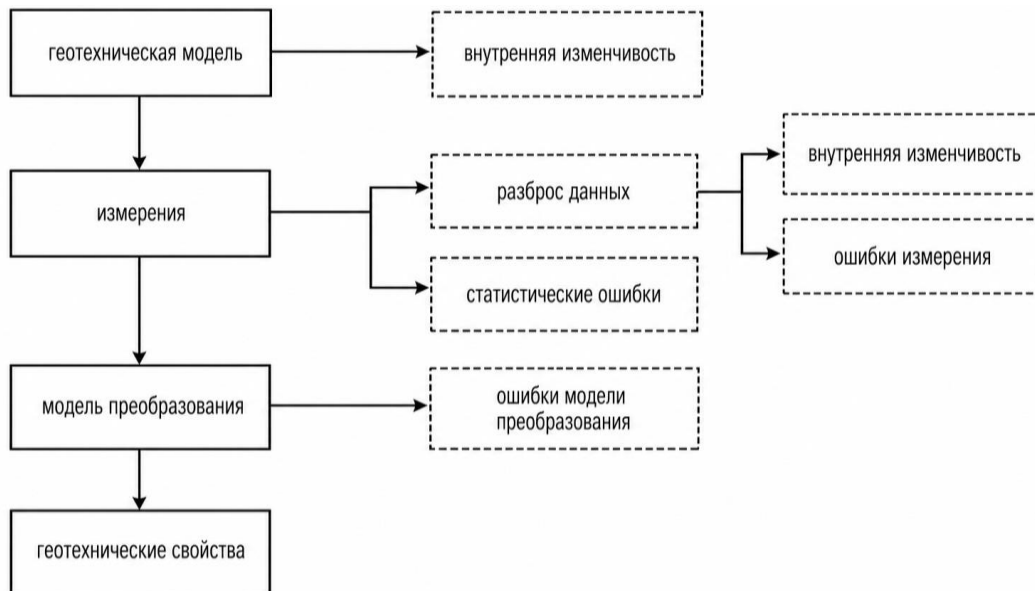


Рисунок 2 – Классификация изменчивости и ошибок оценивания геотехнических параметров [51]

Следует отметить, что здесь основное внимание уделяется неопределённости, связанной с геотехническими параметрами, хотя отклонения от заданных размеров модели грунта могут иметь большее значение, чем любые отклонения от геотехнических параметров.

Согласно [41], частные коэффициенты и связанные с ними неопределённости дополнительно описаны в стандарте EN 1990 [40] и СН 2.01.01 [49]. Взаимосвязь между отдельными частными коэффициентами представлена формулой $\gamma_M = \gamma_{Rd} \times \gamma_m$, где γ_{Rd} и γ_m — частные коэффициенты, учитывающие неопределённости в модели сопротивления и свойства материала или изделия соответственно. Согласно нормам EN 1990 и СН 2.01.01, последний коэффициент должен учитывать «возможность неблагоприятного отклонения свойств материала или изделия от его характеристического значения», т. е. при калибровке частного коэффициента γ_m следует учитывать неопределённость свойств материала. На основе преобразования в стандартное нормальное пространство (рисунок 3) можно выразить в общих терминах частный коэффициент

γ_m для любого геотехнического параметра, например, угла внутреннего трения или сопротивления сдвигу, предполагая нормальное и/или логнормальное распределение, соответственно:

$$\gamma_M = \frac{X_k}{X_d} = \frac{X_k}{X_m \times (1 - \alpha \cdot \beta_T \cdot COV)} \rightarrow N; \quad (7)$$

$$\gamma_M = \frac{X_k}{X_d} = \frac{X_k}{X_m \times \exp(-\alpha \cdot \beta_T \cdot COV)} \rightarrow LN, \quad (8)$$

где X_m — среднее значение;

X_k — характеристическое значение геотехнического параметра, определяемое в соответствии с нормативным документом;

α — коэффициент чувствительности метода надёжности первого порядка (FORM);

COV — коэффициент вариации свойств материала или изделия, который, по мнению разработчика нормативного документа, обеспечивает необходимый уровень безопасности в типичной расчётной ситуации.



Рисунок 3 – Взаимосвязь между средними характеристическими и расчетными значениями

В стандарте EN 1997-1 [41] неопределённость, учитываемая в γ_M (через γ_M), не является вопросом, который должен решать практикующий инженер-геотехник. Этим вопросом занимается разработчик норм и правил в каждом национальном органе по стандартизации. Примечательно, что в стандарте EN 1997-1 предусмотрено фиксированное значение γ_M , при этом калибровку γ_M выполняют при составлении национального приложения. Тем не менее, при выборе γ_M для конкретного геотехнического параметра следует учитывать типичную изменчивость этого параметра в пределах каждой страны, входящей в систему Еврокодов, из-за разнообразия геологических условий, проектных ситуаций и местных особенностей. Однако тот факт, что γ_M фиксировано, по мнению авторов, вызывает беспокойство, поскольку один частный коэффициент вряд ли обеспечит одинаковый уровень надежности, если диапазон вариативности/изменчивости конкретного геотехнического параметра слишком широк.

1.3.3 Характеристические значения геотехнических параметров в соответствии с Еврокодом 7

1.3.3.1 Неопределённости, учитываемые с помощью 5-процентного квантиля

Любой квантиль может учитывать неопределённости при оценке геотехнических свойств. Однако важно отметить, что именно базовая функция плотности вероятности (PDF), на основе которой рассчитывается квантиль, содержит информацию о вариативности/изменчивости базисной переменной X . Однако в геотехнической литературе статистические данные о неопределённостях, которые влияют на функцию плотности вероятности (PDF), приводятся крайне редко. Вместо этого в стандарте EN 1997-1 [41] и сопутствующих руководствах к Еврокодам приводится список неопределённостей и других факторов (пункт 2.4.5.2(4) Р), которые должны учитываться в характеристическом значении X_k . На практике инженерам необходимо понимать концепцию выбора значения геотехнического параметра, определяющего предельное состояние, которое может быть превышено лишь в 5 % случаев. При таком подходе неопределённости и другие факторы, перечисленные в пункте 2.4.5.2 (4) Р [41], в значительной степени рекомендовано учитывать на основе предыдущего опыта. Следовательно, можно задаться вопросом: «Понимают ли инженеры, какие неопределённости учитываются при расчёте 5-процентного квантиля прочности?»

Несмотря на то, что консервативность, обеспечиваемая 5-процентным квантилем, может способствовать повышению безопасности конструкции, этот конкретный предел выбран по традиции (по соглашению специалистов) и для того, чтобы соответствовать другим инженерным дисциплинам.

Со статистической точки зрения в определении X_k (пункт 2.4.5.2(2)Р [41]) фраза «значение, определяющее появление предельного состояния» по сути означает, что при выборе X_k необходимо учитывать как минимум две проектные ситуации. Следовательно, согласно пункту 2.4.5.2 (2) Р [41]:

«(7) Зона грунта, определяющая поведение геотехнической конструкции в предельном состоянии, обычно намного больше, чем опытный образец или зона грунта, на которую воздействуют при испытаниях *in situ*. Следовательно, значение определяющего параметра часто является средним арифметическим диапазоном значений, охватывающего большую площадь или объем грунта. Характеристическое значение должно быть осторожной оценкой этого среднего арифметического»;

«(8) Если поведение геотехнической конструкции в предельном состоянии определяется наименьшим или наибольшим значением свойства грунта, характеристическое значение должно быть осторожной оценкой наименьшего или наибольшего значения, характерного для зоны, определяющей поведение конструкции».

В последнем случае (который соответствует локальному разрушению, при котором появление предельного состояния зависит от небольшого объема грунта) значение X_k следует выбирать как 5-процентный квантиль функции плотности вероятности, отражающей вариативность/изменчивость переменной X . В первом случае (который соответствует глобальному разрушению, при котором предельное состояние определяется большим объемом грунта) значение X_k выбирают с доверительной вероятностью 95 % на основе

среднего значения X_m , рассчитанного на основе выборочных значений X (обратите внимание, что это определение также соответствует 5 %-ному квантилю функции плотности распределения вероятности среднего X_m). В отличие от расчетной ситуации, описанной в (8), ситуация, описанная в (7), предполагает, что среднее значение может быть рассчитано на основе данных исследований, проведенных в пределах соответствующего объема грунта [50]. Графическое изображение X_k представлено на рисунке 4.

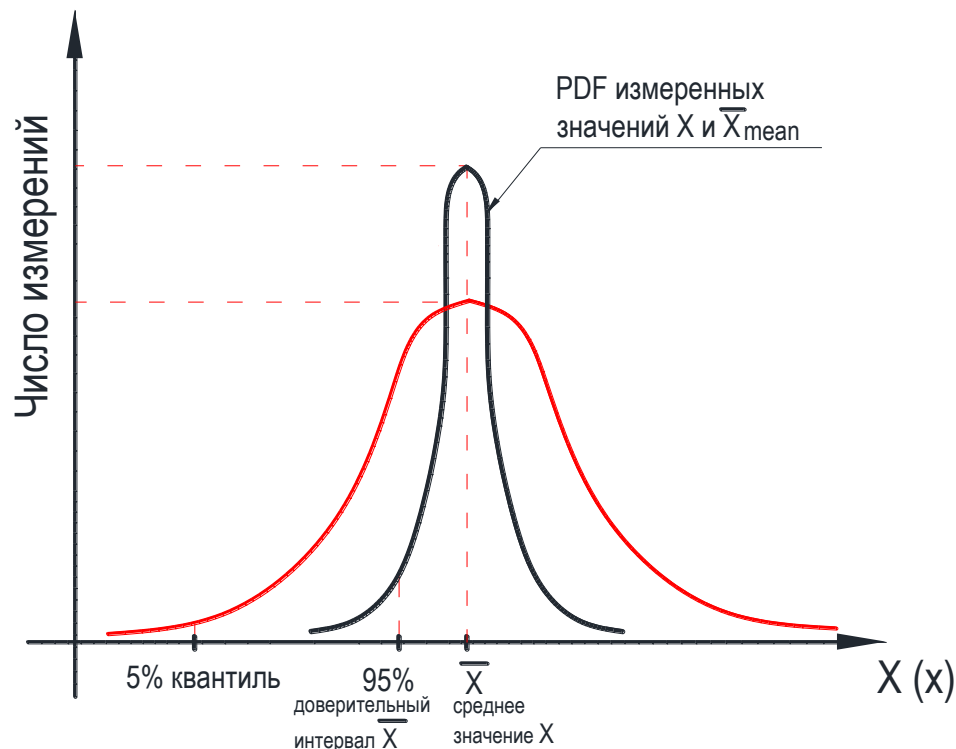


Рисунок 4 – Неопределенности оценивания геотехнических параметров [51]

Следует отметить, что геотехнический параметр – это, по сути, упрощенное представление сложной нелинейной зависимости напряжений и деформаций. Таким образом, помимо рекомендаций, приведенных в (7) и (8), фраза «значение, определяющее появление предельного состояния» предполагает, что инженер-практик понимает роль геотехнического параметра в конкретном предельном состоянии. Примечательно, что требуемый уровень знаний инженера-геотехника определяется в стандарте EN 1997-1 [41] предположениями, изложенными в пункте 1.3 (2), согласно которым «данные, необходимые для проектирования, собирает, фиксирует и интерпретирует соответствующим образом квалифицированный персонал».

1.3.3.2 Неопределенности, возникающие в процессе вычисления 5-процентного квантиля

Если разрушение происходит в небольшом объеме грунта, оно с большей вероятностью произойдет в основном в локально слабых грунтах. В то же время, если разрушение происходит в большом объеме грунта, оно может произойти как в локально слабых, так и в прочных грунтах. Таким образом, решение о том, можно ли считать тот или иной отказ незначительным или серьезным, во многом зависит от структуры автокорреляции грунтов, то есть от масштаба флуктуаций. Различие между незначительными (локальными) и серьезными (нелокальными) отказами, по сути означает, что вклад внутренней изменчивости уменьшается за счет пространственного усреднения [51]. Таким образом, эти проектные ситуации могут представлять собой крайние случаи с точки зрения влияния внутренней изменчивости на расчет: в одном случае неопределенность, связанная с внутренней изменчивостью, не снижается из-за малого пространственного охвата основного отказа, влияющего на зону, по сравнению с масштабом изменений, а в другом – неопределенность, связанная с внутренней изменчивостью, снижается полностью.

1.3.4 Требования к обеспечению надежности при геотехническом проектировании согласно Северо-американским нормам (Канада и США)

В Канаде Национальный строительный кодекс (NBC) (NRCC и NRCC, 1977 г.) [37] принял формат расчета, аналогичный европей-

скому формату в отношении сочетаний нагрузок, но отличающийся в отношении сопротивлений. Позже в Канадском руководстве по инженерному проектированию (CFEM) (CGS, 1992) [37, 38] сначала предложили использовать частные коэффициенты к сопротивлению, но затем перешли к общему коэффициенту сопротивления CFEM (CGS, 2006), чтобы соответствовать Канадскому кодексу проектирования автомобильных мостов (CHBDC) (CSA, 2006, 2019) [40]. В то время как европейский формат применяет частные коэффициенты к прочности материалов, формат канадских норм применяет глобальный коэффициент к уровню общего сопротивления. При этом следует отметить, что во всех перечисленных нормах в геотехническом проектировании вопросу формата проектирования практически не уделялось никакого внимания.

При всех положительных качествах метода предельных состояний, обеспечивающего необходимую безопасность в целом, он не дает прямого ответа на вопрос о количественном значении вероятности отказа конструкции.

В отличие от многих европейских стран и стран постсоветского пространства в США Равиндра и Галамбос [43] предложили собственный более простой инженерный формат проектирования для реализации метода проектирования, основанного на теории надежности (RBD) в контексте метода предельных состояний, а именно, предложили метод Load and Resistance Factor Design (LRFD), в котором частный коэффициент применяется к уровню полного сопротивления. В общем случае уравнение метода имеет следующий формат:

$$\phi \cdot \sum_{i=1}^n R_i \geq \sum_{j=1}^m \gamma_j \cdot Q_j, \quad (6)$$

где ϕ – общий/глобальный коэффициент сопротивления ($0 < \phi < 1$);

γ_j – частный коэффициент для нагрузки.

Одной из концепций, при применении метода LRFD для проектирования фундаментов и оснований, является уточнение номинальных значений неопределенных входных параметров (сопротивление материала и действующих нагрузок) на основе калибровки частных коэффициентов безопасности. Используемые в методе частные коэффициенты безопасности по нагрузкам и по материалу, откалиброваны для достижения целевого показателя надежности примерно в диапазоне сценариев проектирования, охватываемых нормами.

В случае отсутствия данных о частных коэффициентах на практике может использоваться консервативная оценка, основанная на оценке среднего значения, с учетом коэффициента вариации [16, 41] или на основе опыта проектировщика. При этом на практике проектировщики для решения задачи геотехнического проектирования используют частные коэффициенты, указанные в нормах [37, 38, 39, 41, 42, 49] считая, что основная проблема проектирования заключается в правильном выборе характеристических значений неопределенных параметров (сопротивлений и нагрузок). Однако уровень изменчивости параметров грунтов часто не может быть определен количественно из-за пространственной изменчивости и/или ограниченной доступности данных [43, 44]. Таким образом, выбор номинальных значений параметров грунта, необходимых в существующем подходе метода LRFD, является весьма неопределенным или субъективным. Учитывая неопределенный характер выбора номинальных значений используемых параметров, прогнозируемые характеристики конструкции, основанные на анализе LRFD, будут тоже неопределенными. Поэтому в большинстве случаев, учитывая неопределенности прогнозируемых характеристик, проектировщики отдают предпочтение консервативным методам расчета, даже зная что они будут являться экономически неэффективными, но, по крайней мере, безопасными.

Применение модели LRFD идентично подходу к проектированию на основе общего/глобального коэффициента безопасности, включающего интерактивную корректировку геометрии и других параметров проектирования до тех пор, пока не будет достигнут экономичный эффект, удовлетворяющий требованиям безопасности. Однако стандартный подход метода по LRFD, включающий фиксированные частные коэффициенты, не может охватить все сценарии проектирования, включающие различные уровни изменения параметров грунта и ошибок моделирования, что в конечном итоге может привести к отклонению конструкции от целевого показателя надежности на неизвестную величину, скорее всего, в консервативную сторону [19, 25, 43, 44]. Данный недостаток хорошо известен (например, [23, 25, 33, 43, 45]), в связи с чем, рядом исследователей были сделаны предложения по усовершенствованию подходов, основанных на методе LRFD, с уточненными частными коэффициентами [18–21, 43, 44, 45, 46].

В развитии метода LRFD Phoon [19, 44] для геотехнических сооружений предложил новый формат проектирования – расчет с несколькими коэффициентами сопротивления Multiple Resistance Factor Design (MRFD) – с различными частными коэффициентами для материалов, что особенно важно, когда их статистические характеристики сильно различаются (например, угол внутреннего трения и удельное сцепление):

$$\sum_{i=1}^n \phi_i \cdot R_i \geq \sum_{j=1}^m \gamma_j \cdot Q_j, \quad (7)$$

где ϕ_i – частные коэффициенты для каждой базисной переменной, входящих в модель сопротивления (например, отдельно для несущей способности по грунту и по материалу конструкции фундаментов).

Данный подход может обеспечить большую согласованность в результатах, просто потому, что в нем используется более одного частного коэффициента безопасности. Однако ввиду сложности калибровки нескольких коэффициентов одновременно, данный метод в настоящее время используется только в исследовательских работах.

В современной геотехнической практике выделяется несколько реализаций метода LRFD, которые отражают разные подходы в его применении:

- стандартный (нормированный) метод LRFD. Главным отличительным признаком этого метода является использование фиксированных (табличных) значений частных коэффициентов сопротивления, зависящих от вида грунта, метода расчета несущей способности и результатов полевых испытаний.

Это наиболее распространенная форма метода, закрепленная в строительных нормах, таких как американский стандарт AASHTO LRFD [39] или канадский CHBDC [37, 38].

- Метод LRFD с адаптивными частными коэффициентами. В данном подходе реализуется идея привязки значений частных коэффициентов сопротивления к объему и качеству проверенных испытаний.

- Вероятностная калибровка частных коэффициентов метода LRFD. Это научно-обоснованный подход определения коэффициен-

тов (ϕ_i и γ_j), основанный на их калибровке с использованием методов теории надежности первого порядка FORM (First-Order Reliability Method), или симуляций метода Монте-Карло (MCS) с целью подбора таких значений коэффициентов, которые при различных расчетных ситуациях обеспечивают заданный уровень безопасности. Калибровку частных коэффициентов выполняют, как правило, методом наименьшего спуска.

Учитывая вышеизложенное, следует отметить, что во всех перечисленных нормах применительно к геотехническому проектированию вопросу формата безопасности при проектировании практически не уделяется никакого внимания.

Для калибровки частных коэффициентов используется несколько методов, в той или иной степени основанных на назначаемых (целевых) значениях индексов надёжности. В зависимости от того, в какой степени учитываются те или иные параметры, методы калибровки на основе надёжности также можно разделить на разные уровни сложности.

Одним из первых методов калибровки частных коэффициентов для геотехнических проблем выступает чисто инженерный (интуитивный) или метод экспертных оценок. На геотехнической площадке группа экспертов, обладающих большим опытом проектирования, может непосредственно определить коэффициенты, применяемые к нагрузкам и сопротивлениям. В этом случае проект может соответствовать требованиям безопасности и при этом быть экономически эффективным. Однако частные коэффициенты, откалиброванные таким образом, ограничены локальными условиями и, как правило, соответствуют условиям расчета метода допускаемых напряжений и метода предельных состояний в его упрощенном формате – LRFD. На основе уравнений (1) и (6) частный коэффициент сопротивления можно вычислить как

$$\phi = \frac{\sum_{j=1}^m \gamma_j \cdot Q_j}{FS_{req} \cdot \sum_{i=1}^n R_i}. \quad (8)$$

В данном случае частные коэффициенты для нагрузок принимаются сначала непосредственно по действующим нормам, а затем вычисляется общий коэффициент сопротивления материала. Очевидно, что результаты проектирования с использованием коэффициентов, откалиброванных этим методом, незначительно будут отличаться от результатов, полученных прямым использованием метода допускаемых напряжений.

Однако данный метод не в полной мере можно отнести к вероятностно-статистическим методам в чистом виде, поэтому далее рассмотрим наиболее часто используемые.

К первому уровню сложности можно отнести – метод первого порядка второго момента (First-Order Second-Moment). Он предполагает, что нагрузки и сопротивление являются статистически независимыми случайными величинами с известными средними значениями и дисперсиями, подчиняющиеся нормальному закону распределения, а сама функция состояния системы (Z) нелинейна. Данный метод является аналитическим вероятностным методом, используемым для оценки надежности систем с учётом неопределенностей. В его основе лежит разложение в ряд Тейлора первого порядка и использование только первых двух статистических моментов (математического ожидания и дисперсии) входных случайных величин. Метод FOSM позволяет найти среднее значение и дисперсию выходного параметра без проведения имитационных испытаний (например, метод Монте-Карло). Поэтому исходя из общих уравнений метода, частный коэффициент к сопротивлению для нормального распределения можно вычислить по формуле

$$\phi = \frac{\lambda_R \cdot \sum_{j=1}^m \gamma_j \cdot Q_j}{\sum_{j=1}^m \lambda_Q \cdot Q_j + \beta_T \cdot \sqrt{\sigma_R^2 + \sum_{j=1}^m \sigma_{Q_j}^2}}, \quad (9)$$

где λ_R и σ_R , а так же λ_Q и σ_Q – соответственно, коэффициенты смещения (определяемые как отношение номинального значения к среднему) и стандартное среднеквадратичное для R_i и Q_i ; β_T – целевой индекс надёжности, вычисляемый как

$$\beta_T = \Phi^{-1}(1 - P_f); \quad (10)$$

Φ – функция распределения стандартного нормального распределения;

P_f – целевая вероятность отказа.

Однако, несмотря на простоту метода (инженерам можно выполнить калибровку без глубоких знаний статистики и теории вероятностей) недостатком является то, что вычисленный коэффициент ϕ – является лишь приближением, поскольку он пренебрегает статистическими характеристиками более высоких порядков [29, 30, 31]. Кроме того, метод FOSM имеет недостаток, связанный с инвариантностью индекса надёжности. Например, рассматривая функцию предельного состояния Z с учетом выражения (2) и рассматривая выражение той же функции состояния в записи $Z = \frac{R}{\sum \sigma_{ij}}$ имеем различные значения индекса надёжности β и, следовательно, разные результаты проектирования.

С целью решения проблемы инвариантности в инженерном анализе широко используют вероятностный метод оценки надёжности конструкций – FORM (First-Order Reliability Method), или метод надёжности первого порядка. В соответствии с [47, 48] коэффициенты нагрузок и сопротивлений для закона нормального распределения можно определить следующим образом:

$$\phi_j \text{ (или } \gamma_j) = \frac{x_j^*}{\mu_{x_j}} = 1 + \alpha_j \cdot \beta_T \cdot COV_{x_j}, \quad (11)$$

где ϕ_j и γ_j , соответственно частные коэффициенты к сопротивлению и нагрузкам;

x_j^* – значение определяемой случайной величины;

μ_{x_j} – среднее значение;

COV_{x_j} – коэффициент вариации.

Данный метод может обеспечить точный индекс надёжности только при соблюдении определенных правил и допущений. Однако в сложных ситуациях, где преобладают законы распределения случайной величины, отличные от нормального распределения согласованная вероятность отказа не гарантируется. Поэтому чаще всего используется моделирование методом Монте-Карло, со следующим алгоритмом: сначала проводится полное моделирование на основе теории надёжности для достижения желаемого целевого индекса надёжности β_T , а затем при заданных частных коэффициентах безопасности нагрузкам и β_T определяются коэффициенты сопротивления материалов и корректируются до тех пор, пока результаты проектирования не совпадут с полученными на первом этапе. Хотя этот метод даёт более точные результаты, у него есть два недостатка: во-первых, целевой индекс надёжности β_T напрямую влияет на откалиброванные коэффициенты сопротивления, а во-вторых, калибровка занимает значительно большее время.

1.4 Проблемы, связанные с малым размером выборки

В настоящее время для формулирования статистических выводов на основе ограниченных выборок результатов применяют Байесовский подход, рекомендованный, в том числе, и СН 2.01.01. Байесовское определение вероятности обычно называют подходом, основанным на степени уверенности, то есть вероятности отражающей степень уверенности в исходе. В то же время частотное определение вероятности исхода – это его относительная частота появления. Таким образом, это определение касается характеристики изменчивости измеренных данных или наблюдаемых явлений. Кроме того, байесовский подход позволяет обновлять априорную информацию в виде экспертных знаний (то есть субъективных суждений) по мере поступления дополнительной информации. С байесовской точки зрения имеет смысл проводить проектирование на основе надёжности (как на уровне II, так и на уровне III), даже если доступны лишь небольшие выборки данных. Как будет показано в этом разделе, существование «проклятия малой выборки» не очевидно, особенно в байесовском выводе.

В инженерно-геологических изысканиях малый размер выборки создает проблемы при частотном подходе к статистическим выводам. При частотном подходе можно с уверенностью делать статистические выводы на основе повторяющихся событий, когда неопределенность обусловлена случайностью [40]. Однако при отсутствии значительного количества измерений и когда неопределенность также обусловлена недостатком знаний (как в инженерно-геологических изысканиях), частотный подход может оказаться неприменимым. В данном случае, для статистического анализа на основе небольших выборок геотехнических данных применяют байесовский метод [40]. Однако, судя по всему, существуют трудности с внедрением байесовских методологий в действующие нормативные документы. Эти трудности могут быть связаны с отсутствием согласованности между детерминированными методологиями проектирования и проектированием и в том числе на основе надёжности. Таким образом, может ли отсутствие согласованности между методом частных коэффициентов в стандарте EN 1997-1 [41] и проектированием на основе надёжности быть следствием спора между специалистами, применяющими частотный и байесовский подходы к статистике?

Вопрос в том, какой из этих подходов следует применять в инженерно-геологических изысканиях и геотехническом проектировании, до сих пор недостаточно обсуждался в инженерно-геологическом сообществе. Это приводит к общей путанице в понимании разницы между этими подходами. Ниже мы рассмотрим плюсы и минусы байесовского и частотного подходов в инженерно-геологических изысканиях и геотехническом проектировании, учитывая общую нехватку знаний из-за малого количества измерений.

Поскольку геотехническое проектирование обычно начинается с общего недостатка знаний или фактических данных о геотехнических условиях, требуются определенные меры для достижения неопределенности приемлемого уровня. Другими словами, для получения надежного характеристического значения X_k действительно требуется достаточное количество образцов (т.е. геотехнических измерений на площадке и лабораторных испытаний). Таким образом, вопрос о том, как провести достаточное количество геотехнических изысканий на строительной площадке, остаётся открытым на протяжении ряда лет. Авторы [51] используют классический частотный подход для определения необходимого размера выборки с помощью доверительных интервалов. Частотный подход также используется в Еврокоде 7, в котором характеристическое значение свойства X_k рассчитывается на основе интервала, который с 95-процентной вероятностью содержит фактическое значение (т.е. доверительный интервал) или 5-процентный квартиль. С точки зрения частотного подхода, X_k считается стохастической величиной во времени. То есть, когда на более позднем этапе проектирования добавляются новые измерения, X_k может быть пересмотрено, хотя в любой момент времени существует только одно истинное значение X_k и нет никакой неопределённости. Примечательно, что частотная интерпретация может позволить определить, является ли значение X статистически значимым, на основе анализа проведенных измерений. Однако для этого потребуется достаточное количество выборок, чтобы проанализировать изменчивость X и определить X_k , а затем x_d по уравнению (12).

$$x_d = \frac{x_k}{\gamma_M}, \quad (12)$$

В отличие от этого, байесовский подход позволяет использовать недостаток знаний при анализе X (априорную неопределенность) для прогнозирования апостериорной неопределенности на любом этапе процесса проектирования. Таким образом, при небольшом размере выборки апостериорная оценка статистической неопределенности будет высокой, как и общая неопределенность. В результате итоговый план будет, скорее всего, консервативным (чрезмерно дорогостоящим) по сравнению с ситуацией, когда размер выборки больше.

Если знаний о параметре X недостаточно, например, в случае небольшого размера выборки, инженер-геотехник может столкнуться с одним из следующих сценариев в зависимости от своего подхода к статистике:

а) инженеры, практикующие частотный подход, считают, что X_k не может быть проанализировано статистически с получением приемлемого результата проектирования, поэтому они предпочитают игнорировать большую статистическую неопределенность, выбирая субъективно оцененное значение X_k , которое, возможно, с небольшой поправкой на неопределенность, представляет собой осторожную оценку основного параметра;

б) инженеры, применяющие байесовский подход, признают наличие неопределенности и определяют характеристическое значение X_k статистическим методом. Из-за значительной статистической неопределенности проект оказывается слишком консервативным. Видя это, инженеры решают снизить неопределенность, проведя дополнительные исследования (если это возможно), или управлять неопределенностью в процессе строительства, используя, например, метод наблюдений.

При использовании этих двух сценариев выбор характеристического значения является важной частью работы инженера по управлению рисками. Анализ существующих факторов неопределенности имеет основополагающее значение для геотехнического проектирования, поскольку он влияет на то, как будет учитываться соответствующий риск [51]. С точки зрения управления рисками, инженеры, работающие по сценарию (а), могут быть более склонны игнорировать недостаток знаний при выборе субъективной оценки, чтобы получить результат, который, по их мнению, будет приемлемым. Таким образом, при проектировании может не учитываться текущая неопределенность и связанные с ней риски. Кроме того, если оставить неопределенность без внимания (не поддающейся количественной оценке), риски, выявленные в процессе проектирования, могут не учитываться на более поздних этапах проекта. Тем не менее сценарий (а) стал стандартной практикой, поскольку последствия реализации сценария (б) считаются слишком обременительными или дорогостоящими. С точки зрения байесовского подхода, лучше иметь весьма неточные, но вероятностные оценки геотехнических свойств, чем не иметь их вовсе.

Кроме того, геотехническое сообщество должно продолжать поддерживать внедрение байесовского подхода к анализу небольших выборок геотехнических данных. Это даст инженерам больше стимулов для проведения проектирования с учетом рисков, при котором неопределенность строго контролируется на всех этапах проектирования и строительства. В заключение отметим, что небольшой размер выборки не должен препятствовать проведению исследования с учетом надежности (как на уровне II, так и на уровне III), особенно если придерживаться байесовского подхода. Но кроме применения байесовского подхода, который имеет ряд недостатков, эффективным может быть применение подходов к оцениванию малых выборок и использованием решений, полученных на основе теории порядковых статистик [52].

Рассмотрим, как метод частных коэффициентов может быть переосмыслен в рамках четкой концепции проектирования, основанной на оценке рисков, с учетом результатов, полученных в работе [51]. При проектировании на основе надежности стохастическая величина обычно характеризуется своим распределением плотности вероятности. Однако определение в стандарте EN 1997-1:2004 [41] (пункт 2.4.5.2(2)P) X_k акцентирует внимание на осторожности, которые необходимо проявлять в отношении среднего значения, а не на изменчивости среднего значения, что естественно при проектировании с учетом надежности. Эта разница во взглядах приводит к трудностям при согласовании формата обеспечения безопасности, предусмотренного стандартом EN 1997-1 [41], с проектированием на основе надежности. При проектировании на основе оценки рисков основное внимание при проектировании должно уделяться тому, как компенсировать недостаток знаний – либо за счет количества измерений, либо за счет выбора методологии проектирования. Таким образом, при приведении текущего формата обеспечения безопасности

в соответствии с проектированием на основе теории надежности целесообразно определять характеристическое значение как среднее пространственное значение X , которое можно статистически охарактеризовать с помощью параметра изменчивости s_x^2 или, точнее, общей неопределенности COV_{total} . Если для определения s_x^2 или COV_{total} используются статистические методы, то частный коэффициент можно скорректировать с учетом неопределенности X и $\bar{x}$. Если статистические методы не используются, определение расчетного значения должно соответствовать тому факту, что X и $\bar{x}$ по своей сути являются случайными величинами. В качестве решения предлагается процедура определения расчетного значения, описанная в шведском национальном приложении (SNA) к стандарту EN 1997-1, которая ранее обсуждалась в работе [51]:

$$x_d = \frac{x_k}{\gamma_M} = \frac{x_{chosen} \cdot \eta}{\gamma_M}, \quad (13)$$

где x_{chosen} – выбирается либо как субъективно оцениваемое среднее значение, либо как $\bar{x}$;

η – коэффициент преобразования, который инженер-геолог выбирает из списка значений, приведенного в национальном приложении [41].

В принципе, η указывает на влияние неопределенностей и факторов, перечисленных в стандарте EN 1997-1 на x_{chosen} и, по сути, является калибровочным коэффициентом к запасу прочности.

Малый размер выборки не является обоснованным аргументом для отказа от оценки статистики геотехнических свойств оснований фундаментов.

Заключение

Мировая практика геотехнического проектирования постепенно отходит от классических детерминистских подходов, основанных на фиксированных частных коэффициентах (до введения метода предельных состояний – коэффициенты запаса) и минимальном учете вариабельности, к полу-вероятностным и риск-ориентированным моделям (LRFD, LSD, RBD). Фиксированные табличные значения частных коэффициентов безопасности не способны адекватно отразить высокую пространственную природную изменчивость грунтов, реологические свойства, временную нелинейность характеристик, ограниченный объем полевых и лабораторных испытаний, а также корреляцию между нагрузкой и сопротивлением. Особенно критично в данной ситуации то, что отказ оснований фундаментов влечёт отказ всей системы «основание – фундамент – надземная конструкция», тогда как существующие форматы безопасности рассматривают компоненты надёжности изолированно. Повышение эффективности и надежности геотехнического проектирования и эксплуатации зданий и сооружений потребовало комплексной оценки системы «основание – фундамент – надземная конструкция» с учетом взаимодействия элементов конструктивной системы с грунтом, а неспособность количественно оценить вероятность отказа и адекватно учесть сложные и разнородные механические свойства грунтовых массивов требует развития теоретической базы правил калибровки коэффициентов безопасности, требований к минимальному объему данных, алгоритмов и процедур, обеспечивающих практическую применимость методик расчета. Таким образом, проблема заключается не просто в назначении/калибровке частных коэффициентов, а в принципиальной несовместимости структурной логики нормативных документов с физикой системы «основание – фундамент – надземная конструкция».

Отсутствие в действующих нормативных документах четких практических рекомендаций по выполнению вероятностных расчетов в условиях ограниченной информации существенно сдерживает внедрение риск-ориентированного подхода и требует разработки национальных приложений, адаптированных к местным геологическим условиям и специфике методов испытаний. При этом все же ключевым барьером на пути внедрения риск-ориентированного подхода в практике геотехнического проектирования является несоответствие между требованиями классической теории надежности

(методы FORM/SORM, Монте-Карло) и реальным объемом информации, получаемой на этапе инженерно-геологических изысканий. Прямое применение вероятностных методов высоких уровней становится статистически сложным из-за малых выборок, отсутствия полной информации о законах распределения случайных величин и высокой пространственной изменчивости грунтов. Это делает калибровку частных коэффициентов безопасности субъективной, а результаты расчетов вероятности отказа – недостоверными. Поэтому переход к альтернативным математическим аппаратам, таким как теории нечетких множеств, позволяют формализовать не только статистические данные, но и экспертные оценки, инженерный опыт и качественную информацию о реологии, деградации свойств и изменчивости нагрузок во времени.

Список цитированных источников

- Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения : ГОСТ 27751-2014. – Введ. 01.07.2015. – М. : Стандартинформ, 2015. – 24 с.
- Ермолаев, Н. Н. Надежность оснований сооружений / Н. Н. Ермолаев, В. В. Михеев. – Л. : Стройиздат, 1976. – 152 с.
- Шейнин, В. И. Подход к оцениванию надежности в инженерных расчетах оснований / В. И. Шейнин, Ю. В. Лесовой, В. В. Михеев // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1990. – № 1. – С. 24–26.
- Уткин, В. С. Расчет надежности основания фундамента, сложенного просадочными грунтами, по критерию деформации с учетом изменчивости толщ слоев грунта / В. С. Уткин, А. А. Каберова // Справочник. Инженерный журнал. – 2015. – № 11. – С. 17–22.
- Гарагаш, Б. А. Надежность систем «Основание – сооружение» / Б. А. Гарагаш. – М. : Ассоциация строительных вузов, 2012. – Т. 1. – 413 с.
- Уткин, В. С. Расчет надежности грунтовых оснований фундаментов зданий и сооружений по критерию деформации при ограниченной информации о нагрузках и грунтах / В. С. Уткин // Инженерно-строительный журнал. – 2016. – № 1 (61). – С. 4–13.
- Гарагаш, Б. А. Надежность систем «Основание–сооружение» / Б. А. Гарагаш. – М. : Ассоциация строительных вузов, 2012. – Т. 2. – 471 с.
- Уткин, В. С. Нечеткие множества и теория возможностей в расчетах надежности строительных конструкций / В. С. Уткин, Н. Л. Галаева. – Вологда : ВоГТУ, 2008. – 160 с.
- Zadeh, L. A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility / L. A. Zadeh // Fuzzy Sets and Systems. – 1978. – Vol. 1. – P. 3–28.
- Уткин, В. С. Расчет надежности механических систем при ограниченной статистической информации / В. С. Уткин, Л. В. Уткин. – Вологда : ВоГТУ, 2008. – 188 с.
- Альберт, И. У. Численная оценка вероятности отказа системы «сооружение – сейсмоизолирующий фундамент – основание» при сейсмических воздействиях / И. У. Альберт // Вестник гражданских инженеров. – 2008. – № 1 (14). – С. 17–24.
- Уткин, В. С. Расчет надежности грунтового основания фундаментов по критерию несущей способности / В. С. Уткин // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2014. – № 4. – С. 23–27.
- Уткин, В. С. Расчет надежности фундаментов машин по критериям прочности грунта основания и амплитудам колебаний при ограниченной статистической информации / В. С. Уткин // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2013. – Vol. 9, No. 4. – С. 226–237.
- Уткин, В. С. Расчет надежности грунтовых оснований и фундаментов машин при ограниченной информации на стадии эксплуатации / В. С. Уткин, Л. В. Уткин. – Вологда : ВоГТУ, 2013. – 124 с.
- Уткин, В. С. Расчет надежности оснований фундаментов, сложенных набухающими грунтами, по критерию деформации (общей осадки) / В. С. Уткин, А. А. Каберова // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2015. – Vol. 11, No. 3. – P. 116–125.
- Уткин, В. С. Расчет надежности оснований и фундаментов при различной информации. – Германия : LAP LAMBERT Academic Publishing, 2014. – 100 с.
- Уткин, В. С. Сборник примеров расчета надежности несущих элементов зданий / В. С. Уткин, О. В. Ярыгина. – Вологда : ВоГТУ, 2015. – 83 с.
- Baecher, G. B. Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering / G. B. Baecher, J. T. Christian. – Hoboken, NJ : Wiley, 2003. – 605 p.
- Phoon, K. K. Performance of reliability-based design code for mats for foundations in layered soils / K. K. Phoon, J. Ching, J. R. Chen // Computers and Structures. – 2013. – Vol. 126. – P. 100–106.
- Phoon, K. K. Development of a reliability-based design framework for transmission line structure foundations / K. K. Phoon, F. H. Kulhawy, M. D. Grigoriu // Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. – 2003a. – Vol. 129, No. 9. – P. 798–806.
- Naghibi, M. Geotechnical resistance factors for ultimate limit state design of deep foundations in cohesive soils / M. Naghibi, G. A. Fenton // Canadian Geotechnical Journal. – 2011. – Vol. 48, No. 11. – P. 1729–1741.
- Eryilmaz, S. Stress strength reliability in the presence of fuzziness / S. Eryilmaz, G. Y. Tütüncü // Journal of Computational and Applied Mathematics. – 2015. – Vol. 282. – P. 262–267.
- Li, G. A fuzzy reliability approach for structures based on the probability perspective / G. Li, Z. Lu, J. Xu // Structural Safety. – 2015. – Vol. 54. – P. 10–18.
- Gao, P. Fuzzy dynamic reliability model of dependent series mechanical systems / P. Gao, S. Yan // Advances in Mechanical Engineering. – 2013. – Vol. 5. – P. 685721.
- Wang, X. Safety estimation of structural systems via interval analysis / X. Wang, L. Wang, Z. Qiu // Chinese Journal of Aeronautics. – 2013. – Vol. 26, No. 4. – P. 911–918.
- Строительные правила. Общие положения по проектированию оснований и фундаментов зданий и сооружений : СП 5.01.01-2023. – Введ. 27.02.2023. – Минск : Минстройархитектуры Республики Беларусь : Стройтехнорм, 2023. – 150 с.
- Hansen, J. B. Code of Practice for Foundation Engineering / J. B. Hansen. – Copenhagen : Danish Geotechnical Institute, 1966. – 45 p.
- Faber, M. Reliability Based Code Calibration / M. Faber, J. Sorensen. – Aalborg : Aalborg University, 2002. – 17 p.
- Гуров, С. В. Надежность систем при неполной информации / С. В. Гуров, Л. В. Уткин. – СПб. : Любавич, 1999. – 166 с.
- Shafer, G. A Mathematical Theory of Evidence / G. Shafer. – Princeton : Princeton University Press, 1976. – 297 p.
- Smets, P. What is Dempster-Shafer's model? / P. Smets // Advances in the Dempster-Shafer Theory of Evidence. – 1994. – P. 5–34.
- Dempster, A. P. Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping / A. P. Dempster // Annals of Mathematical Statistics. – 1967. – Vol. 38. – P. 325–339.
- Jiang, C. An evidence-based reliability analysis method for uncertain structures / C. Jiang, Z. Zhang, X. Han // Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics. – 2013. – Vol. 45, No. 1. – P. 103–115.
- A response surface approach for structural reliability analysis using evidence theory / Z. Zhang, C. Jiang, X. Han [et al.] // Advances in Engineering Software. – 2014. – Vol. 69. – P. 37–45.
- Уткин, Л. В. Анализ риска и принятие решений при неполной информации / Л. В. Уткин. – СПб. : Наука, 2007. – 404 с.
- Faber, M. H. Reliability Based Code Calibration / M. H. Faber, J. D. Sørensen. – Aalborg : Aalborg University, 2002. – 17 p.
- NRCC. National Building Code of Canada. – Ottawa : National Research Council of Canada (NRCC), 2005. – 600 p.
- CGS. Canadian Foundation Engineering Manual. – Montreal, Quebec : Canadian Geotechnical Society, 2006. – 520 p.
- AASHTO. LRFD Bridge Design Specifications. – 9th ed. – Washington, D.C. : American Association of State Highway and Transportation Officials, 2020. – 1200 p.
- CEN. EN 1990:2002 Eurocode – Basis of structural design. – Brussels : European Committee for Standardization, 2002. – 87 p.

41. CEN. EN 1997-1:2004 Eurocode 7 – Geotechnical design – Part 1: General rules. – Brussels : European Committee for Standardization, 2004. – 166 p.
 42. CSA. Canadian Highway Bridge Design Code (CHBDC). – Toronto : Canadian Standards Association, 2019. – 1000 p.
 43. Allen, T. M. Development of geotechnical resistance factors and LRFD calibration / T. M. Allen // *Geotechnical Engineering for Transportation Projects*. – ASCE, 2005. – P. 168–179.
 44. Phoon, K. K. Multiple resistance factor design for shallow foundations / K. K. Phoon, F. H. Kulhawy, M. D. Grigoriu // *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. – 2003. – Vol. 129, No. 9. – P. 807–818.
 45. Fenton, G. A. Load and resistance factor design of shallow foundations against bearing failure / G. A. Fenton, D. V. Griffiths, X. Zhang // *Canadian Geotechnical Journal*. – 2008. – Vol. 45, No. 11. – P. 1556–1571.
 46. Bathurst, R. J. LRFD calibration of soil strength parameters for geotechnical structures / R. J. Bathurst, S. Javankhoshdel // *Georisk*. – 2017. – Vol. 11, No. 1. – P. 119–133.
 47. Foye, K. C. Assessment of resistance factors for LRFD of shallow foundations / K. C. Foye, R. Salgado, B. Scott // *Transportation Research Record*. – 2006. – No. 1975. – P. 21–30.
 48. Bathurst, R. J. Calibration concepts for load and resistance factor design (LRFD) of reinforced soil walls / R. J. Bathurst, T. M. Allen, A. S. Nowak // *Canadian Geotechnical Journal*. – 2008. – Vol. 45, No. 10. – P. 1377–1392.
 49. Основы проектирования строительных конструкций: строительные нормы Республики Беларусь : СН 2.01.01-2022. – Введ. 23.11.2022. – Минск : Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь, 2022. – III, 46 с.
 50. Designer's guide to EN 1997-1 Eurocode 7: Geotechnical design – General rules / R. Frank, C. Bauduin, R. Driscoll [et al.]. – London : Thomas Telford, 2004. – 216 с.
 51. Prästings, A. Characteristic values of geotechnical parameters in Eurocode 7 / A. Prästings, J. Spross, S. Larsson // *Proceedings of the Institution of Civil Engineers – Geotechnical Engineering*. – Vol. 172 (4). – 2011. – P. 301–314.
 52. Дереченник, С. С. Численное решение задачи оценивания эмпирической функции распределения для малых выборок с заданной достоверностью / С. С. Дереченник, Н. Н. Мешечек // *Вестник Брестского государственного технического университета*. – 2024. – № 1 (133). – С. 67–71. – DOI: 10.36773/1818-1112-2024-133-1-67-71.
- References**
1. Nadezhnost' stroitel'nykh konstrukcij i osnovanij. Osnovnye polozheniya : GOST 27751-2014. – Vved. 01.07.2015. – М. : Standartinform, 2015. – 24 s.
 2. Ermolaev, N. N. Nadezhnost' osnovanij sooruzhenij / N. N. Ermolaev, V. V. Miheev. – L. : Strojizdat, 1976. – 152 s.
 3. SHEjnin, V. I. Podhod k ocenivaniyu nadezhnosti v inzhenernykh raschetah osnovanij / V. I. SHEjnin, YU. V. Lesovoj, V. V. Miheev // *Osnovaniya, fundamenty i mekhanika gruntov*. – 1990. – № 1. – S. 24–26.
 4. Utkin, V. S. Raschet nadezhnosti osnovaniya fundamenta, slozhennogo prosadochnymi gruntami, po kriteriyu deformacii s uchetom izmenchivosti tolshch sloev grunta / V. S. Utkin, A. A. Kaberova // *Spravochnik. Inzhenernyj zhurnal*. – 2015. – № 11. – S. 17–22.
 5. Garagash, B. A. Nadezhnost' sistem «Osnovanie – sooruzhenie» / B. A. Garagash. – М. : Associaciya stroitel'nykh vuzov, 2012. – Т. 1. – 413 s.
 6. Utkin, V. S. Raschet nadezhnosti gruntovykh osnovanij fundamentov zdaniy i sooruzhenij po kriteriyu deformacii pri ogranichennoj informacii o nagruzkah i gruntah / V. S. Utkin // *Inzhenerno-stroitel'nyj zhurnal*. – 2016. – № 1 (61). – S. 4–13.
 7. Garagash, B. A. Nadezhnost' sistem «Osnovanie – sooruzhenie» / B. A. Garagash. – М. : Associaciya stroitel'nykh vuzov, 2012. – Т. 2. – 471 s.
 8. Utkin, V. S. Nechetkie mnozhestva i teoriya vozmozhnostej v raschetah nadezhnosti stroitel'nykh konstrukcij / V. S. Utkin, N. L. Galaeva. – Vologda : VoGTU, 2008. – 160 s.
 9. Zadeh, L. A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility / L. A. Zadeh // *Fuzzy Sets and Systems*. – 1978. – Vol. 1. – P. 3–28.
 10. Utkin, V. S. Raschet nadezhnosti mekhanicheskikh sistem pri ogranichennoj statisticheskoj informacii / V. S. Utkin, L. V. Utkin. – Vologda : VoGTU, 2008. – 188 s.
 11. Al'bert, I. U. CHislennaya ocenka veroyatnosti otказа sistemy «sooruzhenie – sejsmoizoliruyushchij fundament – osnovanie» pri sejsmicheskikh vozdeystviyah / I. U. Al'bert // *Vestnik grazhdanskih inzhenerov*. – 2008. – № 1 (14). – S. 17–24.
 12. Utkin, V. S. Raschet nadezhnosti gruntovogo osnovaniya fundamentov po kriteriyu nesushchej sposobnosti / V. S. Utkin // *Osnovaniya, fundamenty i mekhanika gruntov*. – 2014. – № 4. – S. 23–27.
 13. Utkin, V. S. Raschet nadezhnosti fundamentov mashin po kriteriyam prochnosti grunta osnovaniya i amplitudam kolebanij pri ogranichennoj statisticheskoj informacii / V. S. Utkin // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. – 2013. – Vol. 9, No. 4. – S. 226–237.
 14. Utkin, V. S. Raschet nadezhnosti gruntovykh osnovanij i fundamentov mashin pri ogranichennoj informacii na stadii ekspluatatsii / V. S. Utkin, L. V. Utkin. – Vologda : VoGTU, 2013. – 124 s.
 15. Utkin, V. S. Raschet nadezhnosti osnovanij fundamentov, slozhennykh nabuhayushchimi gruntami, po kriteriyu deformacii (obshchej osadki) / V. S. Utkin, A. A. Kaberova // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. – 2015. – Vol. 11, No. 3. – P. 116–125.
 16. Utkin, V. S. Raschet nadezhnosti osnovanij i fundamentov pri razlichnoj informacii. – Germaniya : LAP LAMBERT Academic Publishing, 2014. – 100 s.
 17. Utkin, V. S. Sbornik primerov rascheta nadezhnosti nesushchih elementov zdaniy / V. S. Utkin, O. V. YArgina. – Vologda : VoGTU, 2015. – 83 s.
 18. Baecher, G. B. Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering / G. B. Baecher, J. T. Christian. – Hoboken, NJ : Wiley, 2003. – 605 p.
 19. Phoon, K. K. Performance of reliability-based design code for mats for foundations in layered soils / K. K. Phoon, J. Ching, J. R. Chen // *Computers and Structures*. – 2013. – Vol. 126. – P. 100–106.
 20. Phoon, K. K. Development of a reliability-based design framework for transmission line structure foundations / K. K. Phoon, F. H. Kulhawy, M. D. Grigoriu // *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. – 2003a. – Vol. 129, No. 9. – P. 798–806.
 21. Naghibi, M. Geotechnical resistance factors for ultimate limit state design of deep foundations in cohesive soils / M. Naghibi, G. A. Fenton // *Canadian Geotechnical Journal*. – 2011. – Vol. 48, No. 11. – P. 1729–1741.
 22. Eryilmaz, S. Stress strength reliability in the presence of fuzziness / S. Eryilmaz, G. Y. Tütüncü // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. – 2015. – Vol. 282. – P. 262–267.
 23. Li, G. A fuzzy reliability approach for structures based on the probability perspective / G. Li, Z. Lu, J. Xu // *Structural Safety*. – 2015. – Vol. 54. – P. 10–18.
 24. Gao, P. Fuzzy dynamic reliability model of dependent series mechanical systems / P. Gao, S. Yan // *Advances in Mechanical Engineering*. – 2013. – Vol. 5. – P. 685721.
 25. Wang, X. Safety estimation of structural systems via interval analysis / X. Wang, L. Wang, Z. Qiu // *Chinese Journal of Aeronautics*. – 2013. – Vol. 26, No. 4. – P. 911–918.
 26. Stroitel'nye pravila. Obshchie polozheniya po proektirovaniyu osnovanij i fundamentov zdaniy i sooruzhenij : SP 5.01.01-2023. – Vved. 27.02.2023. – Minsk : Ministrojarhitektury Respubliki Belarus' : Strojtekhnorm, 2023. – 150 s.
 27. Hansen, J. B. Code of Practice for Foundation Engineering / J. B. Hansen. – Copenhagen : Danish Geotechnical Institute, 1966. – 45 p.
 28. Faber, M. Reliability Based Code Calibration / M. Faber, J. Sorensen. – Aalborg : Aalborg University, 2002. – 17 p.
 29. Gurov, S. V. Nadezhnost' sistem pri nepolnoj informacii / S. V. Gurov, L. V. Utkin. – SPb. : Lyubavich, 1999. – 166 s.
 30. Shafer, G. A Mathematical Theory of Evidence / G. Shafer. – Princeton : Princeton University Press, 1976. – 297 p.
 31. Smets, P. What is Dempster-Shafer's model? / P. Smets // *Advances in the Dempster-Shafer Theory of Evidence*. – 1994. – P. 5–34.

32. Dempster, A. P. Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping / A. P. Dempster // *Annals of Mathematical Statistics*. – 1967. – Vol. 38. – P. 325–339.
33. Jiang, C. An evidence-based reliability analysis method for uncertain structures / C. Jiang, Z. Zhang, X. Han // *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*. – 2013. – Vol. 45, No. 1. – P. 103–115.
34. A response surface approach for structural reliability analysis using evidence theory / Z. Zhang, C. Jiang, X. Han [et al.] // *Advances in Engineering Software*. – 2014. – Vol. 69. – P. 37–45.
35. Utkin, L. V. Analiz riska i prinyatie reshenij pri nepolnoj informacii / L. V. Utkin. – SPb. : Nauka, 2007. – 404 s.
36. Faber, M. H. Reliability Based Code Calibration / M. H. Faber, J. D. Sørensen. – Aalborg : Aalborg University, 2002. – 17 p.
37. NRCC. National Building Code of Canada. – Ottawa : National Research Council of Canada (NRCC), 2005. – 600 p.
38. CGS. Canadian Foundation Engineering Manual. – Montreal, Quebec : Canadian Geotechnical Society, 2006. – 520 p.
39. AASHTO. LRFD Bridge Design Specifications. – 9th ed. – Washington, D.C. : American Association of State Highway and Transportation Officials, 2020. – 1200 p.
40. CEN. EN 1990:2002 Eurocode – Basis of structural design. – Brussels : European Committee for Standardization, 2002. – 87 p.
41. CEN. EN 1997-1:2004 Eurocode 7 – Geotechnical design – Part 1: General rules. – Brussels : European Committee for Standardization, 2004. – 166 p.
42. CSA. Canadian Highway Bridge Design Code (CHBDC). – Toronto : Canadian Standards Association, 2019. – 1000 p.
43. Allen, T. M. Development of geotechnical resistance factors and LRFD calibration / T. M. Allen // *Geotechnical Engineering for Transportation Projects*. – ASCE, 2005. – P. 168–179.
44. Phoon, K. K. Multiple resistance factor design for shallow foundations / K. K. Phoon, F. H. Kulhawy, M. D. Grigoriu // *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. – 2003. – Vol. 129, No. 9. – P. 807–818.
45. Fenton, G. A. Load and resistance factor design of shallow foundations against bearing failure / G. A. Fenton, D. V. Griffiths, X. Zhang // *Canadian Geotechnical Journal*. – 2008. – Vol. 45, No. 11. – P. 1556–1571.
46. Bathurst, R. J. LRFD calibration of soil strength parameters for geotechnical structures / R. J. Bathurst, S. Javankhoshdel // *Georisk*. – 2017. – Vol. 11, No. 1. – P. 119–133.
47. Foye, K. C. Assessment of resistance factors for LRFD of shallow foundations / K. C. Foye, R. Salgado, B. Scott // *Transportation Research Record*. – 2006. – No. 1975. – P. 21–30.
48. Bathurst, R. J. Calibration concepts for load and resistance factor design (LRFD) of reinforced soil walls / R. J. Bathurst, T. M. Allen, A. S. Nowak // *Canadian Geotechnical Journal*. – 2008. – Vol. 45, No. 10. – P. 1377–1392.
49. Osnovy proektirovaniya stroitel'nykh konstrukcij: stroitel'nye normy Respubliki Belarus' : SN 2.01.01-2022. – Vved. 23.11.2022. – Minsk : Ministerstvo arhitektury i stroitel'stva Respubliki Belarus', 2022. – III, 46 s.
50. Designer's guide to EN 1997-1 Eurocode 7: Geotechnical design – General rules / R. Frank, C. Bauduin, R. Driscoll [et al.]. – London : Thomas Telford, 2004. – 216 s.
51. Prästings, A. Characteristic values of geotechnical parameters in Eurocode 7 / A. Prästings, J. Spross, S. Larsson // *Proceedings of the Institution of Civil Engineers – Geotechnical Engineering*. – Vol. 172 (4). – 2011. – P. 301–314.
52. Derechennik, S. S. CHislennoe reshenie zadachi ocenivaniya empiricheskoy funkcii raspredeleniya dlya mal'nykh vyborok s zadannoj dostovernost'yu / S. S. Derechennik, N. N. Meshechek // *Vestnik Brestskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*. – 2024. – № 1 (133). – S. 67–71. – DOI: 10.36773/1818-1112-2024-133-1-67-71.

Материал поступил 16.07.2026, одобрен 24.08.2026, принят к публикации 25.08.2026