

УДК 624.046.5

АНАЛИЗ НЕЙРОСЕТЕВЫХ МОДЕЛЕЙ С ПОЛНОСВЯЗНОЙ АРХИТЕКТУРОЙ, ИСПОЛЬЗОВАННЫХ В РАСЧЁТАХ СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРОДАВЛИВАНИЮ В ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ПЛИТАХ

В. В. Молош¹, А. Е. Желткович², К. Г. Пархоц³, И. Г. Томашев⁴

¹ К. т. н., доцент, доцент кафедры теоретической и прикладной механики, УО «Брестский государственный технический университет», Брест, Беларусь, e-mail: m.vic@ Rambler.ru

² К. т. н., доцент, доцент кафедры теоретической и прикладной механики, УО «Брестский государственный технический университет», Брест, Беларусь, e-mail: gelpek@mail.ru

³ Магистр технических наук, инженер-программист, Брест, Беларусь, e-mail: konstantinparhoc@gmail.com

⁴ Магистр технических наук, старший преподаватель кафедры теоретической и прикладной механики, УО «Брестский государственный технический университет», Брест, Беларусь, e-mail: tomashev@mail.ru

Реферат

В железобетонных плитах при продавливании на небольшой площади, окружающей колонну, возникает сложное напряжённо-деформированное состояние, включающее деформации изгиба, сдвига и кручения, которое приводит к хрупкому разрушению в предельном состоянии. Проведённые к настоящему времени многочисленные экспериментальные и теоретические исследования, позволили разработать ряд расчётных аналитических моделей сопротивления продавливанию, наиболее точные из которых введены в действующие нормативно-технические документы. Однако они обладают недостаточной точностью и требуют усовершенствования. Интенсивное развитие в последние годы нейросетевых технологий позволило использовать машинное обучение во многих инженерных расчётах, в том числе и в предсказании величины сопротивления продавливанию. В данной работе выдвинута гипотеза цифрового моделирования сопротивления продавливанию с применением нейросетевых технологий, которое позволит сократить количество экспериментальных испытаний реальных образцов плит. Разработаны нейросетевые модели с полносвязной архитектурой, для которых проведено исследование влияния на точность модели количества скрытых слоёв и количества нейронов в скрытом слое. Выполнена проверка влияния количества образцов в тренировочной выборке на точность нейросетевой модели. В качестве оценки точности нейросетевых моделей были использованы общепринятые и достаточно широко используемые в современной практике математические статистики: коэффициент корреляции Пирсона (r), коэффициент детерминации (R^2), нормализованное по среднему значению среднеквадратичной ошибки $CV(RMSE)$, нормализованное по среднему значению средней абсолютной ошибки $CV(MAE)$, а также средняя ошибка модели (d), полученная по вектору ошибок (δ), и коэффициент вариации (Vd) вектора ошибок δ [41]. В результате проведённых исследований, несмотря на достаточно высокую точность разработанных нейросетевых моделей гипотеза цифрового моделирования была отклонена. Тем не менее, авторы считают, что существует возможность создания нейросетевой модели, обладающей достаточной точностью для использования её в цифровом моделировании.

Ключевые слова: железобетонные плиты, сопротивление продавливанию, нейросетевое моделирование, сложное напряжённо-деформированное состояние, оценка точности нейросетевых моделей, цифровое моделирование.

ANALYSIS OF NEURAL NETWORK MODELS WITH A FULLY CONNECTED ARCHITECTURE USED IN CALCULATIONS OF PUSHING RESISTANCE IN REINFORCED CONCRETE SLABS

V. V. Molosh, A. E. Zheltkovich, K. G. Parchoz, I. G. Tomashev

Abstract

In reinforced concrete slabs, punching shear occurs in a small area surrounding a column, resulting in a complex stress-strain state involving bending, shear, and torsion deformations, leading to brittle failure in the ultimate limit state. Numerous experimental and theoretical studies conducted to date have resulted in the development of a number of analytical computational models for punching shear resistance, the most accurate of which have been incorporated into current regulatory and technical documents. However, these models lack sufficient accuracy and require improvement. The rapid development of neural network technologies in recent years has enabled the use of machine learning in many engineering calculations, including predicting punching shear resistance. This paper proposes a hypothesis for digital modeling of punching resistance using neural network technologies, which will reduce the number of experimental tests of real slab samples. Neural network models with a fully connected architecture have been developed, and the influence of the number of hidden layers and the number of neurons in a hidden layer on model accuracy has been studied. The influence of the number of samples in the training set on the accuracy of the neural network model was tested. Commonly accepted and widely used mathematical statistics in modern practice were used to evaluate the accuracy of the neural network models: Pearson correlation coefficient (r), determination coefficient (R^2), mean-normalized root mean square error $CV(RMSE)$, mean-normalized mean absolute error $CV(MAE)$, as well as the average model error (d) obtained from the error vector (δ), and the coefficient of variation (Vd) of the error vector δ [41]. As a result of the conducted research, despite the relatively high accuracy of the developed neural network models, the digital modeling hypothesis was rejected. Nevertheless, the authors believe that it is possible to create a neural network model with sufficient accuracy for use in digital modeling.

Keywords: reinforced concrete slabs, punching resistance, neural network modeling, complex stress-strain state, assessment of the accuracy of neural network models, digital modeling.

Введение

Железобетонные плиты являются одним из наиболее распространённых видов горизонтальных несущих элементов применяемых в конструкциях перекрытий, покрытий и фундаментов жилых и общественных зданий и сооружений, а также широко применяются в конструкции пролётов мостов, в покрытии площадок портов и гид-

росооружениях [1]. В конструкциях перекрытий и покрытий плоские железобетонные плиты достаточно популярны благодаря возможности снизить высоту этажей, а плоская поверхность, удобная для отделки, и возможность относительно свободной установки колонн позволяют ускорить сроки строительства и применять гибкие архитектурно-планировочные решения [2, 3, 4].

Внешне относительно простые перекрытия, в конструкции которых применяют железобетонные плоские плиты, имеют сложное поведение под нагрузкой, особенно в соединении плиты и колонны. При сложном напряжённо-деформированном состоянии с концентрацией напряжений на небольшой площади, окружающей колонну, в бетоне плиты образовывается сеть трещин, которые являются проявлением сложной деформации, включающей изгиб, сдвиг

и кручение одновременно в нескольких плоскостях. Гипотеза наличия деформации кручения в описанном сопротивлении требует дополнительного изучения и проверки. При таком виде сложной деформации в предельном состоянии плиты возникает хрупкое разрушение с ограниченными перемещениями и выделением части бетона конической формы (конуса, пирамиды), сопровождающееся внезапным обрушением перекрытия (рисунок 1) [3, 16, 4].

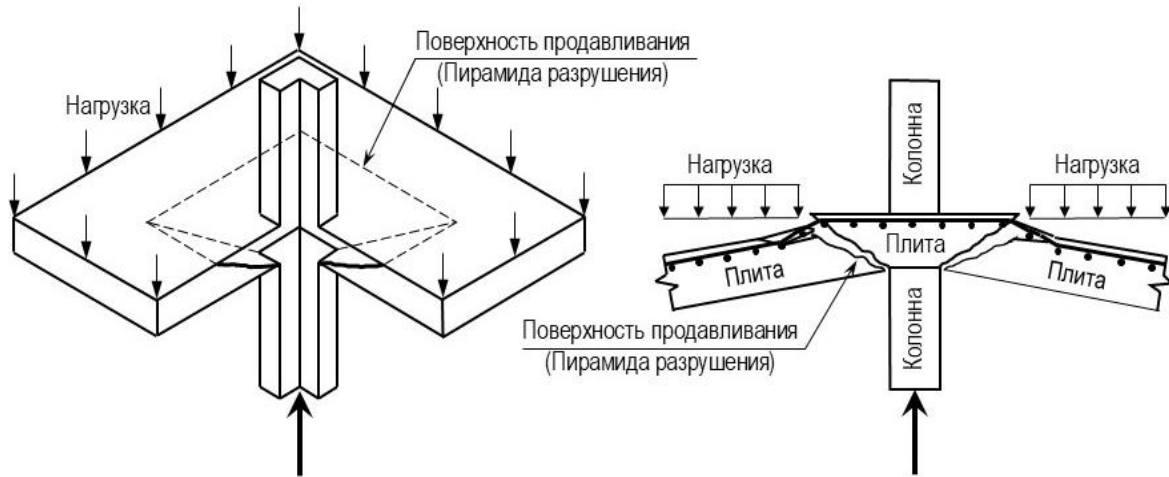


Рисунок 1 – Схема продавливания в железобетонных плоских плитах без поперечного армирования [2]

Вопрос названия данного вида разрушения плит можно считать дискуссионным. В разных источниках его называют продавливанием, срезом при продавливании, местным срезом. Авторы работы предлагают называть его продавливанием – разрушением плиты в предельном состоянии, возникающем как результат сложного сопротивления, включающего деформации изгиба, сдвига и кручения одновременно в нескольких плоскостях, по аналогии со срезом, возникающим в предельном состоянии как результат деформации сдвига.

Многочисленные экспериментальные и теоретические исследования, направленные на изучение сопротивления продавливанию, привели к возникновению целого ряда расчётных механических (полуэмпирических) и чисто эмпирических моделей [5, 6, 7, 8, 9, 10, **Ошибка! Источник ссылки не найден.**, 13, 14, 15], предусмотренных для определения предельной величины разрушающей силы. Наиболее точные из них, простые в применении и стабильные были введены в действующие нормативно-технические документы. Однако, по мнению некоторых авторов [25, 24] и по результатам собственных исследований авторов данной работы [4] вышеупомянутые механические или эмпирические модели не достаточно точно предсказывают величину сопротивления продавливанию. По этой причине явление сопротивления продавливанию по-прежнему остаётся исследуемым. С другой стороны, по-прежнему существует необходимость в создании точной расчётной модели.

Развитие нейросетевых технологий, которые получают в последние годы всё большее применение во всех отраслях техники, позволило использовать алгоритмы, в основе которых лежат методы обработки данных [1, 17]. Машинное обучение (machine learning – ML), относящееся к таким алгоритмам, привлекло внимание значительного количества исследователей. Существует множество успешных примеров его применения во многих инженерных областях [1, **Ошибка! Источник ссылки не найден.**, 19, 20, 21, 22, 26, 29, 30, 31, 32, 33, 34].

В области проектирования конструкций в 2019 году А. N. D. Hoang [23] на основе машинного обучения разработал альтернативный метод оценки сопротивления продавливанию плоских плит из сталефибробетона (SFRC). Он использовал кусочно-множественную линейную регрессию (PMLR) и искусственную нейронную сеть (ИНС, ANN – англ.) для построения аппроксимирующих моделей, предсказывающих величину сопротивления продавливанию плоских плит из сталефибробетона, отображающих взаимосвязь между величиной сопротивления и влияющими на нее факторами.

Н. D. Nguyen и др. [24] в 2021 году создали модель сопротивления продавливанию с использованием экстремального градиентного повышения (XGBoost), эффективность которой была подтверждена эмпирическими исследованиями и двумя другими моделями на основе машинного обучения – искусственной нейронной сетью (ANN) и методом случайного леса (RF).

S. Mangalathu и др. [25] в 2021 году для прогнозирования сопротивления продавливанию плоских плит без поперечной арматуры также построили модели XGBoost и использовали аддитивный метод Шепли (SHAP) для иллюстрации процесса прогнозирования XGBoost.

В 2022 Y. X. Shen и др. [1] провели масштабные исследования моделей ML при прогнозировании сопротивления продавливанию бетонных плит, армированных легким, высокопрочным и устойчивым к коррозии волокнистым полимером (FRP). Используя базу данных из 121 образца, полученную из литературных источников, авторы исследовали несколько алгоритмов машинного обучения – искусственную нейронную сеть (ANN), механизм опорных векторов [Support vector machine (SVM)], дерево принятия решений [Decision tree (DT)] и адаптивный бустинг (AdaBoost). В качестве сравнения авторы работы приводят результаты расчётов сопротивления по шести моделям – эмпирическим и из действующих нормативных документов. Точность предложенной моделей ML была лучше сравнимых с ней эмпирических моделей.

G. T. Truong и др. [26] в 2022 году применили модель ML в исследовании сопротивления продавливанию плит, армированных стеклопластиковой и стальной арматурой.

Некоторые исследователи [1, 27, 28] используют машинное обучение для прогнозирования сложного поведения композитных материалов и конструкций на молекулярном уровне, таких как композиты, армированные углеродными нанотрубками, а также нековалентно или ковалентно связанные молекулярные системы, и достигают в этом успеха.

Целью работы было создание нейросетевой модели, предназначенной для определения сопротивления продавливанию плоских железобетонных плит без поперечной арматуры, установить архитектуру нейросети сети, дающую наиболее оптимальный результат с точки зрения скорости обучения, точности предсказания результата (ошибки моделирования) и её общей простоты, подтвердить гипотезу цифрового моделирования, основанную на использовании нейросетевых технологий в получении величины сопротивления продавливанию при изменении входных базовых параметров, что позволит значительно сократить количество экспериментальных испытаний реальных образцов плит.

Методы и материалы

Выбор и обоснование вида архитектуры нейронной сети

Классификация нейронных сетей, разработанных к настоящему времени, достаточно обширна. Персептрон с одним скрытым слоем является универсальным аппроксиматором, т. е. он способен с любой степенью точности аппроксимировать любую непрерывную функцию, если в качестве функции активации нейронных элементов скрытого слоя используется непрерывная, монотонно возрастающая, ограниченная функция [35]. Многослойный персептрон может быть использован для решения задач классификации образов, прогнозирования и управления. Для обработки динамических данных, временных образов, решения задач прогнозирования, идентификации систем, распознавания речи, обработки естественного языка и управления могут использоваться рекуррентные сети [35]. Сверточные нейронные сети (convolutional neural networks, CNN), являющиеся дальнейшим развитием многослойного персептрона, широко используются для обработки изображений, и, в отличие от многослойного персептрона, позволяют учитывать топологию изображений и сохраняют предсказательные свойства при сдвигах, масштабировании и других искажениях входного образа [35]. Известны также многие другие типы нейронных сетей.

Учитывая, что задача предсказания сопротивления продавливания является задачей регрессии, было принято решение в качестве нейронной сети использовать персептрон с одним и более промежуточными слоями.

Алгоритм работы нейронной сети и её обучение

Принято считать, что человеческий мозг содержит триллионы клеток, из которых 100 млрд представлены соединенными в сети совместно работающими нейронами [35, 36]. Нейроны, обладающие

электрической активностью, получают информацию (рисунок 2а) при помощи сильно разветвленных отростков (дендритов), и вдоль тонкого волокна (аксона) передают её другим нейронам посредством множества ответвлений на конце через синапсы. Каждый нейрон может иметь тысячи связей с соседними нейронами [35].

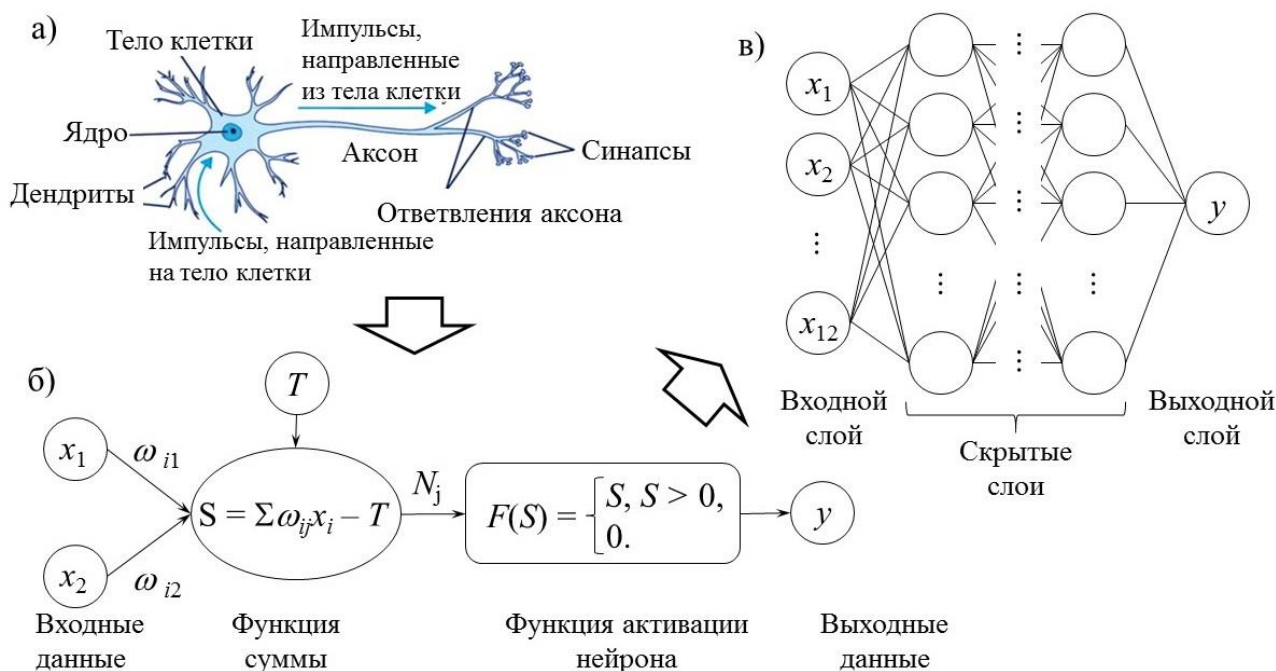
Основным элементом искусственной нейронной сети (ИНС) является искусственный нейрон (рисунок 2б), который выполняет операцию нелинейного преобразования суммы произведений входных сигналов x_i на весовые коэффициенты ω_{ij} (взвешенное суммирование) с добавлением порога нейронного элемента T , характеризующего расположение функции активации по оси абсцисс [35, 36]. Весовой коэффициент ω_{ij} представлен действительным числом, на которое будет умножено значение входящего в нейрон сигнала и показывает, насколько сильно между собой связаны те или иные нейроны – это коэффициент связи между ними. Взвешенная сумма S рассчитывается по формуле (1)

$$S = \sum \omega_{ij} x_i - T \tag{1}$$

В процессе обучения входные данные – сигналы, поступающие к нейрону данного слоя – передаются с помощью весовых коэффициентов как взвешенная сумма с добавлением порога от всех нейронов предыдущего слоя.

Для активации нейрона, учитывая условие тормозящей или усиливающей синаптической связи, использовали ректификационную функцию (ReLU) вида

$$F(S) = \begin{cases} S, S > 0, \\ 0. \end{cases} \tag{2}$$



а) принципиальная схема биологического нейрона [36]; б) структура персептрона, имитирующая один биологический нейрон [35, 36]; в) общая принципиальная схема персептрона с несколькими скрытыми слоями, используемая в данном исследовании

Рисунок 2 – Аналогия в структуре живого и искусственного нейронов

Такие вычисления выполняются для каждого из нейронов скрытых и выходного слоёв. В результате в выходном слое получается некоторое значение искомой величины Y . Вычисленное (предсказанное) значение Y сравнивается с действительным эталонным значением, которым в рассматриваемой задаче выступает сопротивление продавливанию $V_{u,exp}$, полученное при экспериментальном исследовании фактических образцов железобетонных плит. Процесс обучения нейронной сети заключается в изменении

весовых коэффициентов, т. е. коэффициентов связи между имеющимися в ней нейронами. В процессе обучения весовые коэффициенты меняются, и, если они положительные, то идет усиление сигнала в нейроне, к которому он приходит. Если весовой коэффициент нулевой, то влияние одного нейрона на другой отсутствует. Если же весовой коэффициент отрицательный, то идет погашение сигнала в принимающем нейроне.

Общая схема перцептрона с несколькими скрытыми слоями, применённая при определении сопротивления срезу при продавливании железобетонных монолитных плит, приведена на рисунке 2в. Входной слой включал двенадцать нейронов, представляющих собой количественное (числовое) или качественное (описание формы) отображение основных параметров, влияющих на величину сопротивления срезу при продавливании: X_1 – форма колонны в плане (круг, квадрат, прямоугольник; F_{kol}); X_2 – размер одной из сторон экспериментальной железобетонной плиты (a , м); X_3 – размер второй стороны экспериментальной железобетонной плиты (b , м); X_4 – высота экспериментальной железобетонной плиты (h , м); X_5 – радиус круглой колонны (r , м) или размер одной из сторон колонны квадратной или прямоугольной формы (a_k , м); X_6 – размер второй стороны колонны квадратной или прямоугольной формы (b_k , м); X_7 – рабочая эффективная высота плиты (d , м); X_8 – средняя прочность бетона плиты на осевое сжатие (f_{cm} , МПа); X_9 – средний модуль упругости бетона плиты (E_{cm} , МПа); X_{10} – коэффициент продольного армирования плиты (ρ , в долях); X_{11} – средняя прочность арматуры на осевое растяжение (f_s , МПа); X_{12} – средний модуль упругости арматуры (E_s , МПа).

В выходном слое, как было отмечено ранее, был только один нейрон Y , отображающий информацию об определяемой предельной величине сопротивления продавливанию $V_{u,exp}$ (МН).

Перед запуском процедуры машинного обучения данные входных переменных были предварительно обработаны – нормализованы. Нормализация данных является ключевым этапом обучения нейронных сетей так как может значительно повысить эффективность обучения за счёт устранения разницы между численной величиной данных и их размерностью. В данной работе была применена нормализация по среднему (Z-нормализация), которая вычисляется по выражению

$$z = (x - \mu) / \sigma, \quad (3)$$

где z – нормализованное значение исходного значения x ; μ и σ – математическое ожидание (среднее) и стандартное отклонение для выборки данных, соответственно.

Обучение полносвязной нейронной сети происходит методом обратного распространения ошибки (англ. backpropagation), суть которого заключается в обновлении весов нейронной сети, при котором распространение сигналов ошибки происходит от выхода сети к её входам, в направлении, обратном прямому распространению сигналов в обычном режиме работы.

В работе [35] отмечено, что алгоритм обратного распространения ошибки (backpropagation algorithm) для последовательного обучения является эффективным средством обучения нейронных сетей и приводится его следующая последовательность проведения.

1. Задаётся шаг обучения α ($0 < \alpha < 1$) и желаемая среднеквадратичная ошибка нейронной сети E_e .

2. Случайным образом инициализируются весовые коэффициенты и пороговые значения нейронной сети в достаточно узком диапазоне значений, например $[-0,1; 0,1]$.

3. Последовательно подаются входные образы из обучающей выборки $k = 1, L$ (где L – размерность обучающей выборки) на вход нейронной сети и для каждого входного образа выполняются следующие действия:

а) производится фаза прямого распространения входного образа по нейронной сети и вычисляется выходная активность всех нейронных элементов сети

$$y_j = F \left(\sum_i \omega_{ij} y_i - T_j \right), \quad (3)$$

где индекс j характеризует нейроны следующего слоя по отношению к текущему слою i ; в качестве активации нейрона использовали функцию $ReLU$ (2);

б) производится фаза обратного распространения сигнала, в результате которой определяется ошибка γ_j , $j = 1, 2, \dots$, нейронных элементов для всех слоев сети; при этом для выходного и скрытого слоев, соответственно,

$$\gamma_j = y_j - e_j, \quad (4)$$

$$\gamma_j = \sum_i \gamma_i F'(S_i) \omega_{ij}, \quad (5)$$

в последнем выражении индекс i характеризует нейронные элементы следующего слоя по отношению к слою j ; y_i , e_j – выходное и эталонное значение нейронной сети, соответственно;

В выражении (5) ошибка скрытого слоя γ_j может быть вычислена по формуле

$$\gamma_j = \frac{\partial E}{\partial y_j} = \sum_i \frac{\partial E}{\partial y_i} \frac{\partial y_i}{\partial S_i} \frac{\partial S_i}{\partial y_j},$$

где

$$\frac{\partial E}{\partial y_i} = \gamma_i, \quad \frac{\partial y_i}{\partial S_i} = F'(S_i), \quad \frac{\partial S_i}{\partial y_j} = \omega_{ij};$$

в) для каждого слоя нейронной сети происходит изменение весовых коэффициентов и порогов нейронных элементов в соответствии с обобщенным дельта-правилом:

$$\omega_{ij}(t+1) = \omega_{ij}(t) - \alpha \gamma_j F'(S_j) y_i, \quad (6)$$

$$T_j(t+1) = T_j(t) + \alpha \gamma_j F'(S_j), \quad (7)$$

где t – временной интервал.

4. Последовательно подаются входные образы из обучающей выборки $k = 1, L$ и вычисляется среднеквадратичная ошибка нейронной сети

$$E_s = \frac{1}{n} \sum_i (y_i^k - e_i^k)^2. \quad (8)$$

5. Если $E_s > E_e$ то происходит переход к шагу 3 алгоритма. В противном случае алгоритм обратного распространения ошибки заканчивается.

Таким образом, данный алгоритм функционирует до тех пор, пока суммарная квадратичная ошибка сети не станет меньше заданной, т. е.

$$E_s \leq E_e \quad (9)$$

Существует также другой критерий остановки алгоритма: алгоритм продолжается до тех пор, пока не перестанут изменяться синаптические связи или значения суммарной квадратичной ошибки сети. В этом случае модификация синаптических связей сети происходит после подачи группы образов на нейронную сеть.

Нейронная сеть была реализована с помощью открытой программной библиотеки для машинного обучения TensorFlow, разработанной компанией Google для решения задач построения и обучения нейронных сетей.

База экспериментальных данных, использованная для обучения нейронной сети

Для наилучшего и точного обучения нейронной сети с целью построения моделей ML необходимо использовать достаточно большой объём точных данных. Наиболее ценными для этой задачи являются данные, полученные в результате экспериментальных исследований. Для обучения нейронной сети была сформирована база экспериментальных данных, взятых из доступных литературных источников, которая включала сведения о 248 экспериментальных образцах плит, испытанных зарубежными и отечественными авторами. В обучающую базу данных вошли сведения о геометрических параметрах, физико-механических характеристиках материалов, о величине предельного сопротивления продавливанию каждого экспериментального образца. Геометрические параметры и физико-механические характеристики материалов представляют собой данные входного слоя нейронной сети – двенадцать нейронов, обозначенные X_1, X_2, \dots, X_{12} (см. раздел 2.2), границы изменения которых – минимальное, среднее и максимальное значения – приведены в таблице 1.

Целью прогнозирования нейросетевой модели являлась предельная величина равнодействующей поперечных сил ($V_{u,exp}$), полученной экспериментально, при достижении которой происходит продавливание железобетонной плиты.

Гистограммы, представленные на рисунке 3, показывают относительные распределения частот (долю появлений каждого значения в наборе данных относительно общего числа наблюдений) входных переменных (рисунок 3 а, ..., 3 и) и выходных данных (рисунок 3 ж).

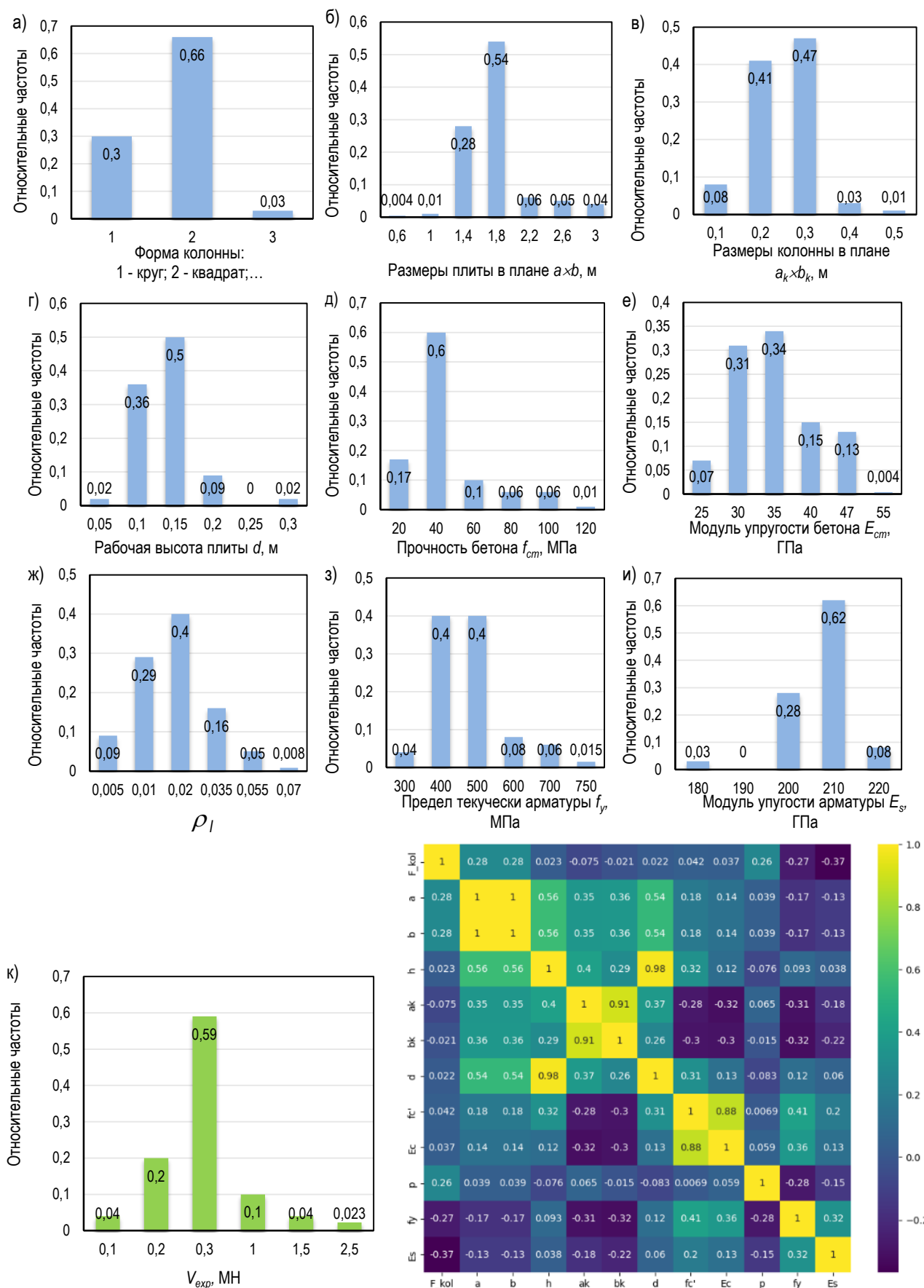


Рисунок 3 – Гистограммы относительных частотных распределений входных переменных и выходных данных (а-к), матрица коэффициентов корреляции входных переменных (л)

В некоторых зарубежных источниках [3, 36, 37] для оценки взаимосвязи (корреляции) между входными переменными, выраженной количественно, опираясь на результаты работы [38], авторы определяют степень линейной корреляции, которую представляют в виде матрицы коэффициентов линейной корреляции Пирсона. Подобная матрица для собранной в данном исследовании базы данных приве-

дена на рисунке 3 л. Коэффициенты, близкие к -1 или 1 , представляют собой очевидную отрицательную или положительную линейную корреляцию. Наиболее значимая степень линейной корреляции отмечена между размерами плиты в плане и её фактической и рабочей высотой, между размерами плиты в плане и размерами колонны в плане. В остальных случаях корреляция незначительна.

Таблица 1 – Границы изменения величин входных переменных

№	Параметр	Единицы измерения	Миним.	Среднее	Максим.	Стандарт. отклонение
1.	X_1 (форма колонны)	–	–	–	–	–
2.	X_2 (a)	м	0,6	1,673	3	0,425
3.	X_2 (b)	м	0,6	1,673	3	0,425
4.	X_4 (h)	м	0,036	0,141	0,32	0,048
5.	X_5 (a _k)	м	0,025	0,202	0,5	0,07
6.	X_6 (b _k)	м	0,025	0,208	0,5	0,076
7.	X_7 (d)	м	0,02	0,114	0,275	0,042
8.	X_8 (f _{cm})	МПа	9,1	34,844	118,7	20,781
9.	X_9 (E _{cm})	МПа	21200	32451,1	51800	5903,43
10.	X_{10} (ρ)	безразм.	0,001	0,015	0,069	0,01
11.	X_{11} (f _y)	МПа	255	441,54	720	96,454
12.	X_{12} (E _s)	МПа	171680	206303	214000	7270,96
13.	$V_{u,exp}$	МН	0,016	0,392	2,45	0,351

Оценка точности расчётных нейросетевых моделей

В задачи оценки точности нейросетевых моделей входило определение стабильности процесса обучения, устранение возможности переобучения и сравнение совпадения заданных и предсказанных значений сопротивлений.

Анализ изменения ошибок тренировочной (обозначено «tr») и валидационной (обозначено «val») выборок позволил оценить стабильность процесса обучения и отсутствие переобучения.

Средствами оценивания достоверности изучаемых нейросетевых моделей, иначе говоря средствами сравнения совпадений заданных и предсказанных значений сопротивлений, были выбраны общепринятые и достаточно широко используемые в современной практике математические статистики: коэффициент корреляции Пирсона (r), коэффициента детерминации (R^2), нормализованное по среднему значению среднеквадратичной ошибки $CV(RMSE)$, нормализованное по среднему значению средней абсолютной ошибки $CV(MAE)$. Кроме этого для предсказанных и тренировочных значений сопротивлений продавливания были определены величина поправочного коэффициента b , характеризующая насколько среднее предсказанное значение отклоняется от заданного, а также значения средней ошибки моделей (d), полученные по вектору ошибок (δ), и коэффициент вариации (Vd) вектора ошибок δ , рассчитанные в соответствии с положениями, приведенной в приложении Д СН 2.01.01 [41].

Авторы работы [42] предлагают следующим образом интерпретировать величину коэффициента линейной корреляции Пирсона: при $r = 0,9-1$ – очень высокая положительная корреляция, $r = 0,7-0,9$ – высокая положительная корреляция, $r = 0,5-0,7$ – умеренная, $r = 0,3-0,5$ – низкая, $r = 0-0,3$ – информационный шум. Так как для моделей парной линейной регрессии коэффициент детерминации равен квадрату обычного коэффициента корреляции между предсказанными и фактическими значениями, то величина коэффициента детерминации R^2 соответственно составит: очень высокую зависимость предсказанной величины сопротивления от множества фактических величин при $R^2 = 0,81-1$; высокую – при $R^2 = 0,49-0,81$; умеренную – при $R^2 = 0,25-0,49$; низкую – при $R^2 = 0,09-0,25$; отсутствие всяческой зависимости при $R^2 < 0,09$. Для коэффициента вариации, а в данной работе речь идёт о коэффициенте вариации вектора ошибок (Vd) и нормализованных по среднему значений среднеквадратичной $CV(RMSE)$ и средней абсолютной $CV(MAE)$ ошибок, в [43] предлагаются следующие границы: при $Vd < 10$ % плотность распределения отличная, $Vd = 10-20$ % – хорошая, $Vd = 20-30$ % – удовлетворительная, $Vd > 30$ % – низкая.

Результаты и обсуждение

Построение оптимальной модели нейронной сети

В литературе существует несколько правил выбора оптимального количества скрытых нейронов в ИНС. Однако большинство областей исследований в области прогнозирования носят эвристический характер, и не существует общепринятой теории, позволяющей определить, сколько скрытых слоёв нейронов необходимо для аппроксимации любой заданной функции. Поэтому наиболее универсальным подходом принято считать экспериментальное определение количества промежуточных слоёв и количества нейронов в слое, дающее наилучшее предсказание для конкретной задачи и выборки данных.

В данной работе с целью определения оптимального количества скрытых слоёв и нейронов в каждом из них были выполнены расчёты и анализ результатов, полученных посредством достаточно большого числа нейросетевых моделей, в которых количество промежуточных слоёв варьировалось от 1 до 39 с шагом 3, а количество нейронов в слое – от 6 до 45 также с шагом 3. Имеющаяся база экспериментальных данных, характеристики которой приведены выше, была разделена на две части: 200 образцов были использованы в обучении нейросетевых моделей; 48 оставшихся образцов из базы данных составили тестовую выборку. Обучающая выборка включала 70 % (135 шт.) образцов, предназначенных непосредственно для обучения и 30 % (65 шт.) для валидации нейросетевой модели.

Опираясь на результаты изменения величины среднеквадратичной ошибки тренировочной и валидационной выборок, можно отметить, что обучение нейросетевых моделей было относительно стабильным в моделях с количеством промежуточных слоёв от 1 до 9 и количеством нейронов в слое от 6 до 21. Кривые изменения среднеквадратичной ошибки обучающей и валидационной выборок, приведенные на рисунке 4, для моделей с тремя промежуточными слоями более гладкие, чем для моделей с 9 и 39 промежуточными слоями, что свидетельствует о большей стабильности обучения нейросетевых моделей в первом случае. Аналогичное влияние на стабильность обучения оказывает увеличение нейронов в промежуточном слое. Если для нейросетевых моделей с шестью нейронами в промежуточном слое кривые изменения среднеквадратичной ошибки обучающей и валидационной выборок гладкие, то в слоях, имеющих 24 и 45 нейронов, наблюдаются резкие перепады значений ошибки. Переобучения нейросетевых моделей практически не происходило, так как увеличения среднеквадратичной ошибки валидационной выборки после некоторого количества эпох обучения не наблюдалось (рисунок 4).

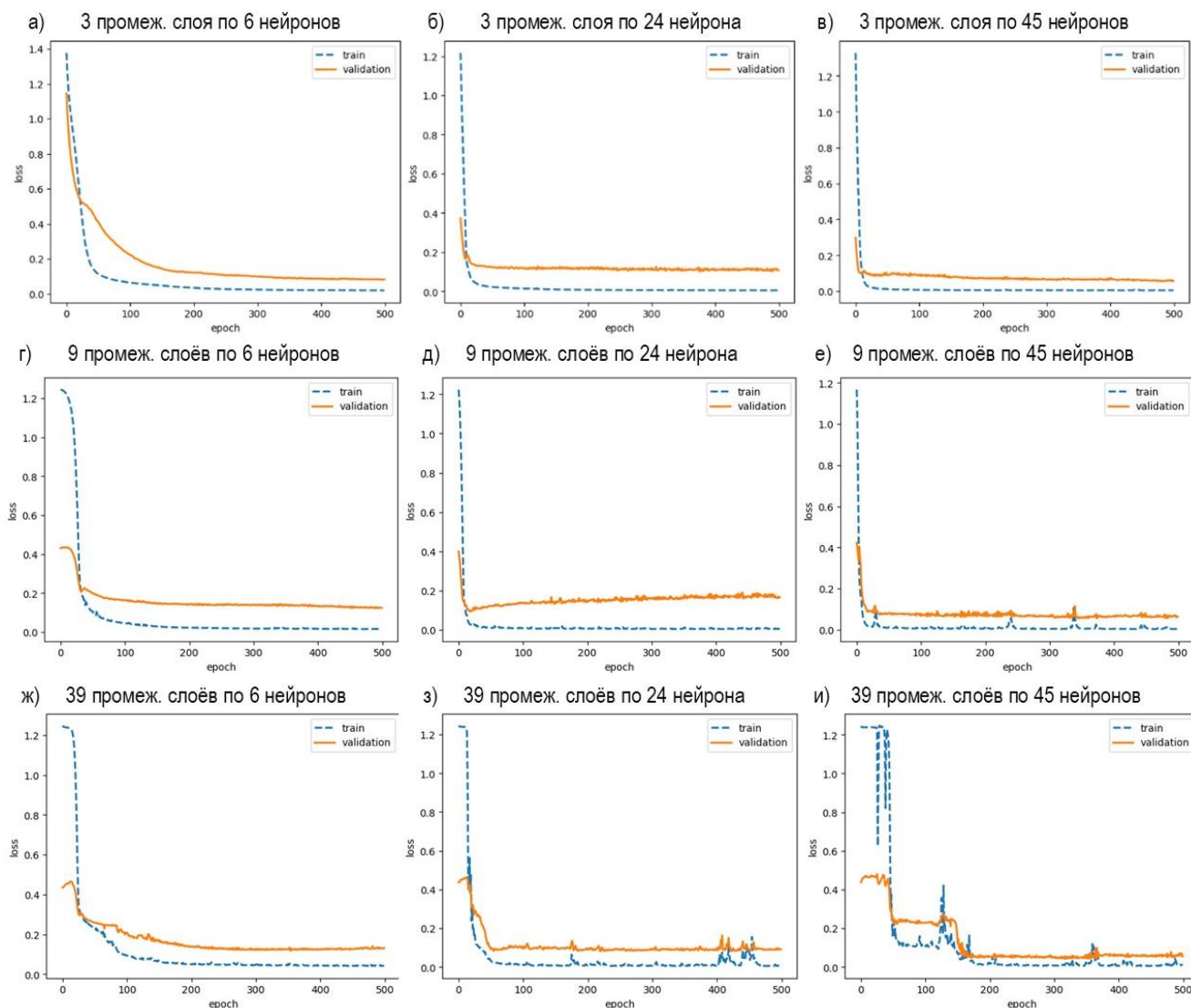


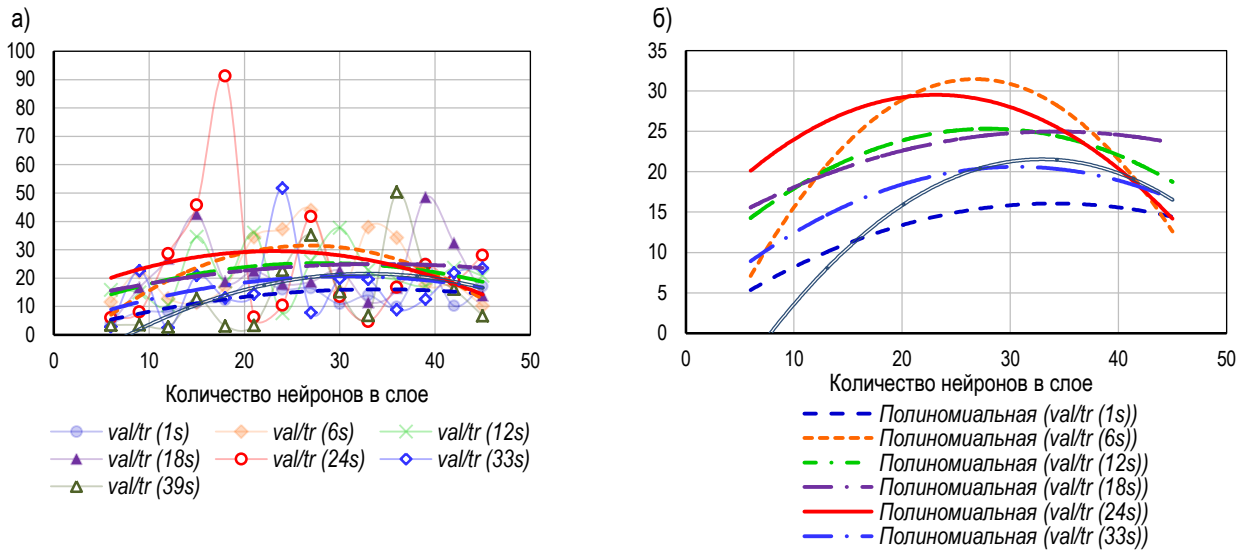
Рисунок 4 – Изменение среднеквадратичной ошибки при обучении нейросетевых моделей

Если судить по результатам изменения среднеквадратичной ошибки нейросетевых моделей (рисунки 5–7), можно отметить, что их обучение было весьма посредственным. Величина среднеквадратичной ошибки моделей, полученной по валидационной выборке, была в среднем в 20 раз больше среднеквадратичной ошибки, полученной по тренировочной выборке (рисунки 5–7). При этом максимальное отличие среднеквадратичных ошибок, полученных по валидационной и тренировочной выборкам, отмечено для нейросетевых моделей с 24–30 нейронами в промежуточном слое, имеющих 6 и 24 промежуточных слоя (рисунки 6, 7). Практически во всех моделях при увеличении количества нейронов в промежуточном слое больше 30, усреднённое отношение между среднеквадратичными ошибками по валидационной и тренировочной выборкам снижалось. Наименьшее значение расхождений среднеквадратичной ошибки по валидационной и тренировочной выборкам было получено в моделях, имеющих 15, 24 и 33 промежуточных слоя по 24–42 нейрона в каждом слое (рисунк 6). При увеличении количества нейронов в промежуточном слое в моделях с любым количеством промежуточных слоёв отношение среднеквадратичных ошибок, полученных по валидационной и тренировочной выборкам, в среднем снижалось. Здесь идёт речь о средней тенденции в изменении, но не о фактическом изменении, так как в большинстве случаев изменения ошибок имели весьма случайный характер, что подтверждают графики на рисунках 6–7, отображающие скачкообразное изменение среднеквадратичной ошибки. Таким образом, анализируя изменение среднеквадратичной ошибки, или какой-либо другой математической

статистики (r , R^2 , MAE , $RMSE$, Δ , Vd), что будет показано ниже, целесообразнее говорить о некоторой средней тенденции в изменении, а не о действительном изменении влияния изучаемой статистики. Случайный характер изменения среднеквадратичных ошибок также подтверждает результаты нескольких повторных обучений нейросетевых моделей с одинаковыми исходными данными (рисунк 7).

При увеличении количества нейронов в слое в большинстве расчётных моделей в среднем наблюдалось положительное изменение математических статистик (r , R^2 , MAE , $RMSE$, Δ , Vd): величина коэффициента корреляции Пирсона и коэффициента детерминации увеличивалась и приближалась к единице (рисунк 8), средняя абсолютная ошибка и стандартное отклонение уменьшались (рисунк 9), ошибка модели, коэффициент вариации вектора ошибок, а также случайный разброс результирующих значений всех перечисленных статистик, отмеченный на графиках рисунков 8–10 скачкообразными кривыми линиями в окрестности линии тренда, уменьшались.

В большинстве исследуемых моделей, имеющих 25–30 нейронов в промежуточном слое, при любом количестве промежуточных слоёв в среднем наблюдалось достижение наилучшей величины математических статистик. В моделях с 30 и более нейронами в промежуточном слое улучшение математических статистик в среднем либо было менее значимым, либо не происходило, либо происходило их незначительное ухудшение. Следует отметить, что в исключительных случаях некоторые модели имели наилучшую величину математических статистик при 39 или 42 нейронах в промежуточном слое (рисунки 8–10).



а) плотность распределения и линии тренда отношений; б) линии тренда отношений
Рисунок 5 – Изменение отношений среднеквадратичной ошибки валидационной выборки (*val*) к среднеквадратичной ошибке тренировочной (*tr*) выборки

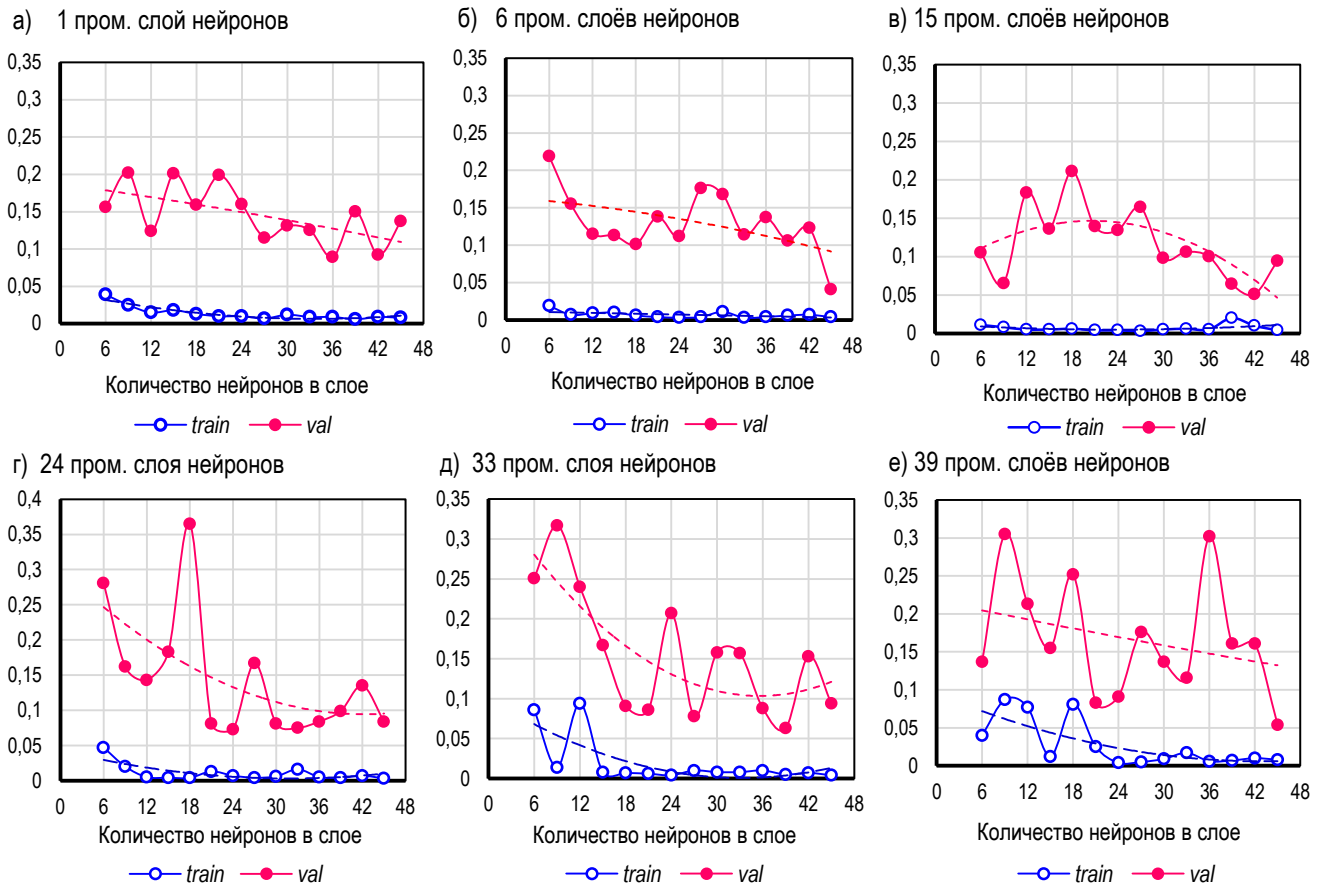


Рисунок 6 – Изменение среднеквадратичной ошибки (*MSE*) тренировочной (*train*) и валидационной (*val*) выборок в зависимости от количества нейронов в слое

На изменение средней ошибки модели (*d*) и коэффициента вариации вектора ошибок (*Vd*) увеличение количества нейронов в слое влияло менее значимо. В моделях с одним промежуточным слоем нейронов увеличение количества нейронов вело к увеличению средней ошибки (*d*) и коэффициента вариации вектора ошибок (*Vd*) (рисунок 11). В моделях с тремя и шестью промежуточными слоями *d* и *Vd* изменялись мало, а в моделях с девятью и более про-

межучточными слоями увеличение количества нейронов в слое вело к снижению ошибки модели в среднем на 25 %, а коэффициента вариации вектора ошибок на 37,5 %. Следует отметить, что коэффициент вариации вектора ошибок рассчитан не для фактических значений сопротивления продавливанию, а для отношений предсказанных значений к обучающим и поэтому является более чувствительной величиной к размаху значений ошибок.

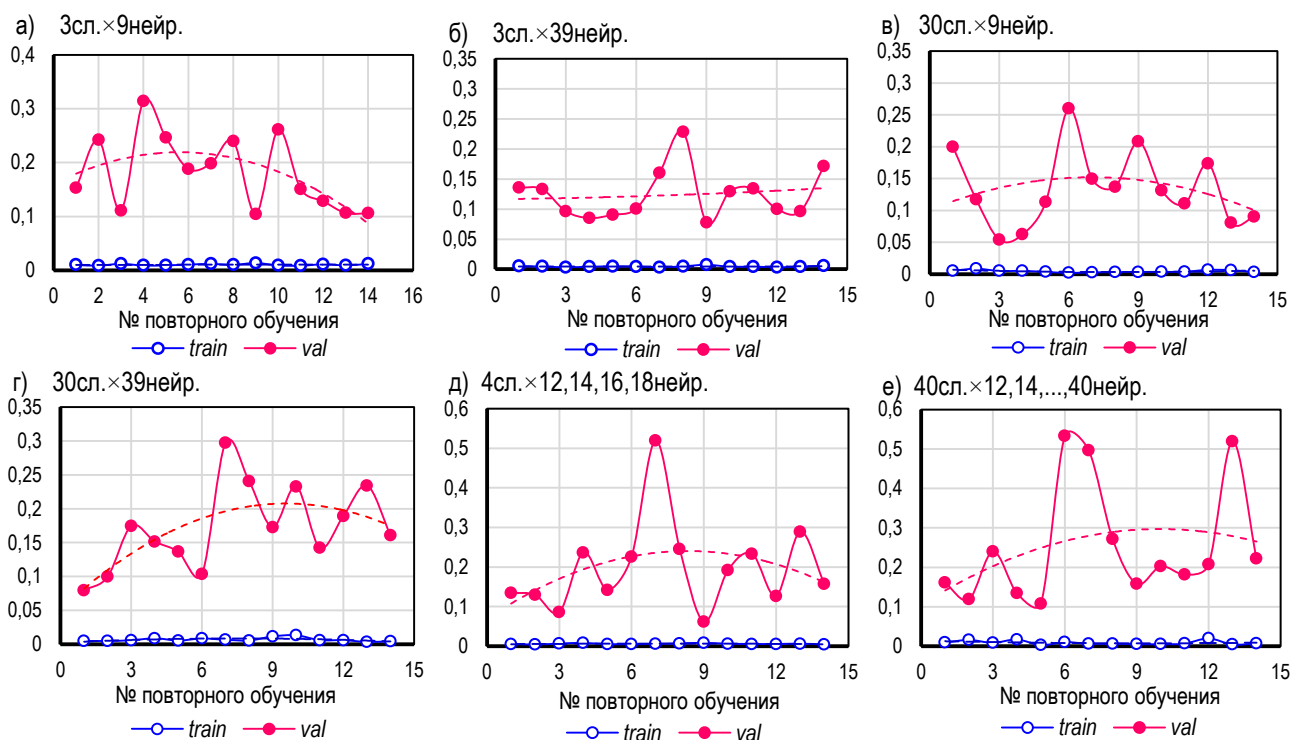


Рисунок 7 – Изменение среднеквадратичной ошибки (MSE) тренировочной (train) и валидационной (val) при нескольких повторных обучении модели

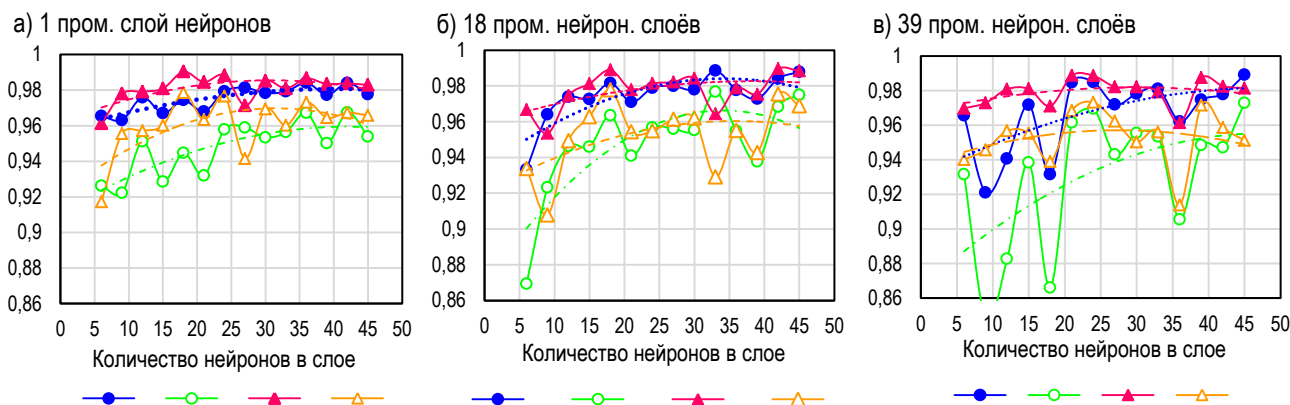


Рисунок 8 – Изменение коэффициента корреляции Пирсона (r) и коэффициента детерминации (R^2) в зависимости от количества нейронов в слое

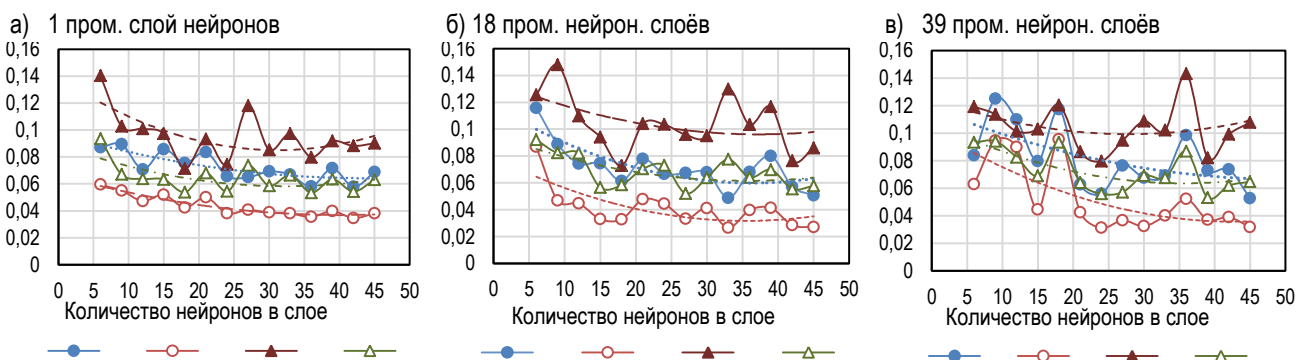


Рисунок 9 – Изменение средней абсолютной ошибки (MAE) и стандартного отклонения (RMSE) в зависимости от количества нейронов в слое

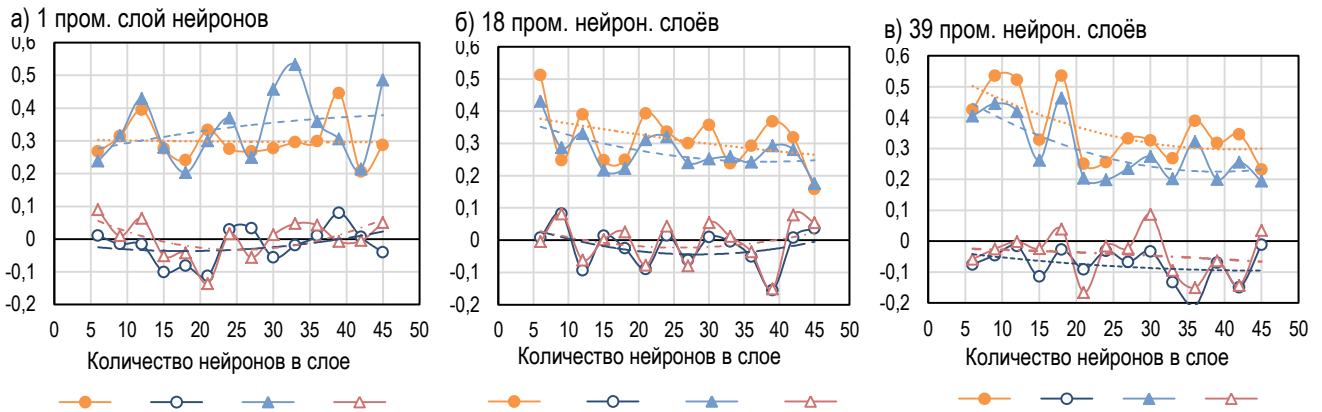


Рисунок 10 – Изменение ошибки модели (d) и коэффициента вариации вектора ошибок (Vd) в зависимости от количества нейронов в слое

При увеличении количества промежуточных слоёв величина коэффициента корреляции и коэффициента детерминации уменьшалась в среднем до 5 % (рисунок 11). В моделях с количеством нейронов в промежуточном слое до 20 для тренировочной выборки величина средней абсолютной ошибки увеличивалась до 60 %, величина стандартного отклонения увеличилась до 31 %, ошибки модели d – в 1,4 раза, коэффициента вариации вектора ошибок – до 40 %, а для тестовой выборки увеличение приведенных параметров соответственно составило до 33 %, до 28 %, в 1,5 раза, до 37 %. В моделях с количеством нейронов в промежуточном слое от 20 до 30 величина MAE , $RMSE$, d , Vd колебались в среднем в пределах

$\pm 7\%$ (рисунок 12). В моделях с количеством промежуточных слоёв 33 и больше величина MAE , $RMSE$, d , Vd в среднем увеличивалась для тренировочной выборки соответственно до 29 %, до 34 %, в 1,5 раза, до 24 %, а для тестовой выборки – до 11 %, до 27 %, в 1,5 раза, в 1,5 раза. Случайный разброс результирующих значений всех перечисленных статистик, отмеченный на графиках рисунков 11, 12, 13 скачкообразными кривыми линиями, увеличивался в 45–50 % моделей, уменьшался в 15–20 % моделей, в остальных моделях сложно дать оценку изменения этой характеристики.

Для большинства нейросетевых моделей результаты расчётов по тестовой выборке были лучше, чем по тренировочной.

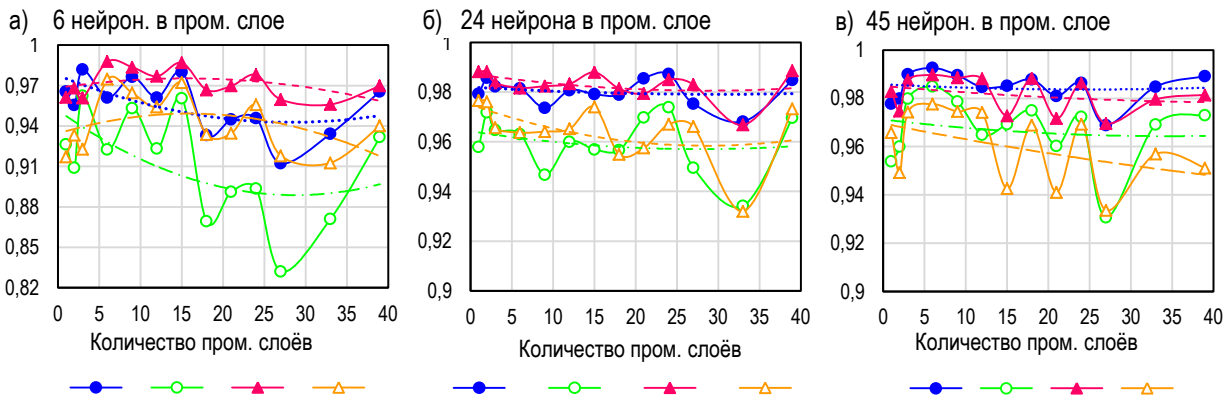


Рисунок 11 – Изменение коэффициента корреляции Пирсона (r) и коэффициента детерминации (R^2) в зависимости от количества промежуточных слоёв

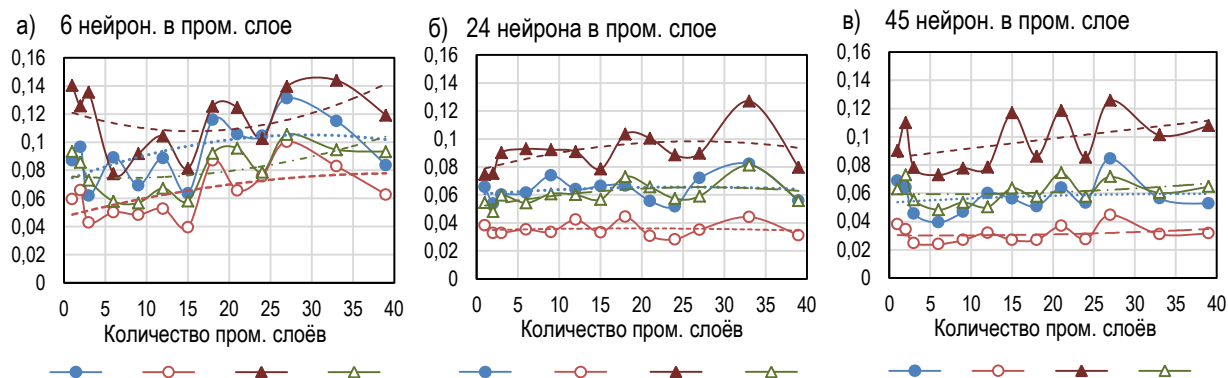


Рисунок 12 – Изменение средней абсолютной ошибки (MAE) и стандартного отклонения ($RMSE$) в зависимости от количества промежуточных слоёв

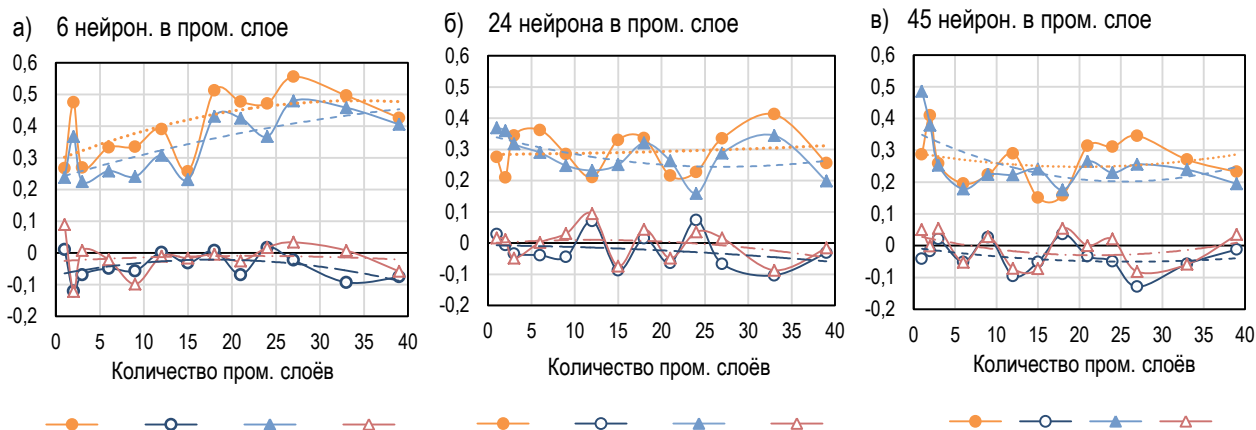


Рисунок 13 – Изменение ошибки модели (d) и коэффициента вариации вектора ошибок (Vd) в зависимости от количества промежуточных слоёв

Коэффициенты корреляции и детерминации были получены минимальной величины в моделях с $39с \times 9н$ (следует читать: 39 промежуточных слоёв по 9 нейронов в каждом), $33с \times 12н$ и $18с \times 6н$, а максимальные – в моделях с $15с \times 42н$, $9с \times 27н$ и $3с \times 39н$. Значения минимальных, средних и максимальных значений математических статистик (r , R^2 , $CV(MAE)$, $CV(RMSE)$, d , Vd), полученных по тренировочной и тестовой выборкам, приведены в таблице 1.

Влияние объёма тренировочной выборки на точность нейросетевой модели

Для оценки влияния количества образцов, использованных в обучении нейросетевой модели, из имеющейся базы данных объёмом 248 образцов были сформированы шесть тренировочных и шесть тестовых выборок. Первая пара – из тренировочной и тестовой выборок – соответственно составила, соответственно, 50 и 198 образцов. Вторая

пара – 80 и 168 образцов, третья пара, соответственно, включала 110 и 138 образцов, четвёртая – 140 и 108 образцов, пятая – 170 и 78 образцов, шестая – 200 и 48 образцов. Каждая тренировочная выборка формировалась методом случайной генерации номера образца из общей базы объёмом 248 образцов. Оставшиеся образцы из общей базы формировали соответствующую тестовую выборку.

Было установлено, что с увеличением количества образцов в тренировочной выборке среднеквадратичная ошибка в среднем увеличивалась как для тренировочной, так и для валидационной выборок. При этом отношение значений среднеквадратичной ошибки, полученной для валидационной выборки, к среднеквадратичной ошибке, полученной для тренировочной выборки, уменьшалось. На рисунке 14 приведены средние значения среднеквадратичных ошибок, полученные после десяти повторений обучения нейросетевой модели для каждого объёма тренировочной выборки.

Таблица 1 – Минимальные, средние и максимальные значения математических статистик, полученные по тренировочной и тестовой выборкам

Статистика	r	R^2	$CV(MAE)$, %	$CV(RMSE)$, %	d	Vd
Тренировочная выборка						
Минимальная	0,912	0,832	6,1	10,1	-0,209	0,151
Средняя	0,977	0,952	10,1	17,5	-0,039	0,307
Максимальная	0,993	0,985	26,4	34,6	0,116	0,556
Тестовая выборка						
Минимальная	0,953	0,908	11,3	15,4	-0,175	0,153
Средняя	0,981	0,959	16,7	24,8	-0,016	0,286
Максимальная	0,992	0,985	28	40,5	0,181	1,302

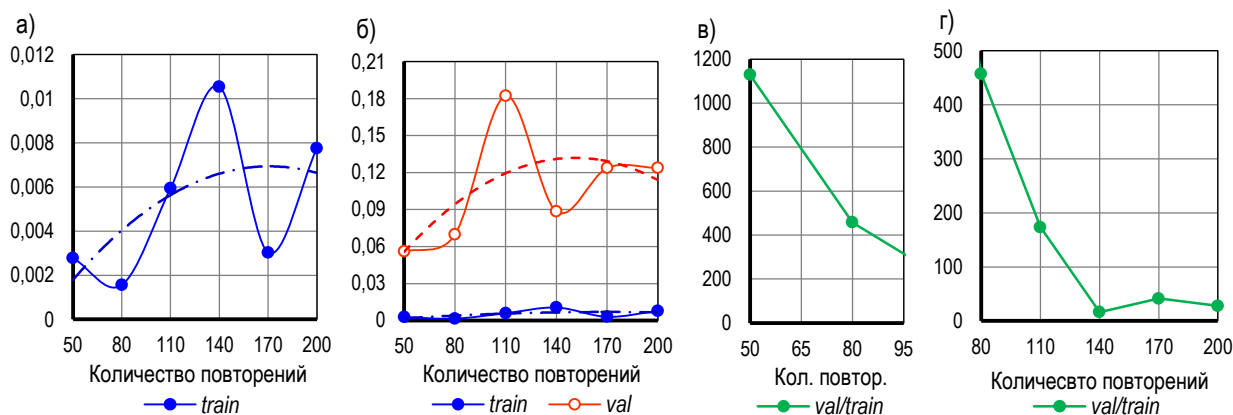


Рисунок 14 – Изменение среднеквадратичных ошибок, полученных для тренировочной ($train$) и валидационной (val) выборок в зависимости от количества в них образцов

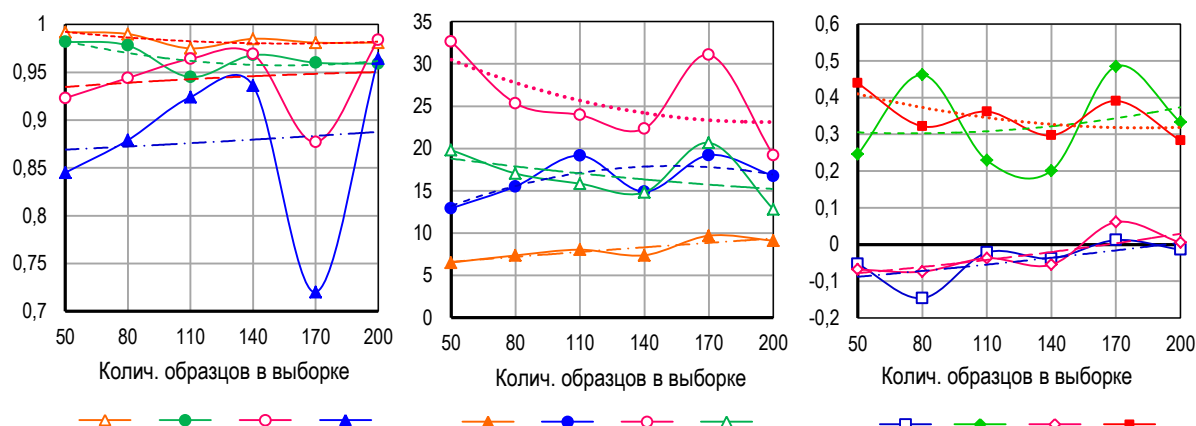


Рисунок 15 – Изменение математических статистик (r , R^2 , MAE , $RMSE$, d , Vd), полученных по тренировочной (tr) и тестовой (te) выборкам, в зависимости от количества образцов в выборке

Увеличение количества образцов в тренировочной выборке вело к уменьшению или увеличению математических статистик, характер изменения которых показан на рисунке 16, а процент изменения – в таблице 2.

Значения минимальных, средних и максимальных значений математических статистик, полученных при различном количестве образцов в тренировочной и тестовой выборках, приведены в таблице 3.

Таблица 2 – Изменение математических статистик при увеличении количества образцов в тренировочной выборке

Статистика	r	R^2	MAE	$RMSE$	d	Vd
Тренировочная выборка	-1,1	-2,4	+21,2	+11,9	-89	+26,7
Тестовая выборка	+6,5	+13,6	-28,8	-39,7	-2,6 раза	-45

Примечание – Числовые значения математических статистик приведены в процентах; знак «+» перед значением указывает на увеличение, «-» – на уменьшение.

Таблица 3 – Минимальные, средние и максимальные значения математических статистик, полученные по тренировочной и тестовой выборкам

Статистика	r	R^2	$CV(MAE)$, %	$CV(RMSE)$, %	d	Vd , %
Тренировочная выборка						
Минимальная	0,975 (110)	0,945 (110)	6,5 (50)	12,9 (50)	0,012 (170)	20 (140)
Средняя	0,984	0,965	8,0	16,4	-0,044	32,6
Максимальная	0,992 (50)	0,982 (50)	9,7 (170)	19,2 (170)	-0,146 (80)	48,5 (170)
Тестовая выборка						
Минимальная	0,877 (170)	0,72 (170)	12,8 (200)	19,2 (200)	0,061 (170)	28,3 (200)
Средняя	0,944	0,878	16,8	25,8	-0,028	34,9
Максимальная	0,984 (200)	0,964 (200)	20,7 (170)	32,7 (50)	-0,074 (80)	43,9 (50)

Примечание – В скобках указано количество образцов в тренировочной выборке.

Приведенные результаты свидетельствуют о достаточно высокой точности нейросетевых моделей, обученных как на выборке объемом 50-ти образцов, так и на выборках с большим количеством образцов. При этом увеличение количества образцов в обучающей выборке не имеет прямой корреляции с улучшением точности нейросетевых моделей. Анализируя статистические результаты, можно утверждать, что увеличение количества образцов в обучающей выборке привело скорее к некоторому снижению качества нейросетевых моделей.

Опираясь на критерии оценки моделей с использованием математических статистик, приведенные выше, по оценке средних значений коэффициентов корреляции и детерминации, полученных на тестовой выборке, модели попадают в категорию «модели с высокой положительной корреляцией». Средняя величина нормализованных значений средней абсолютной ошибки $CV(MAE)$ и среднеквадратичной ошибки $CV(RMSE)$, а также коэффициента вариации вектора ошибок (Vd) свидетельствует об «удовлетворительной» плотности распределения предсказанных значений сопротивления продавливанию, полученным по разработанным нейросетевым моделям.

Можно утверждать с высокой степенью достоверности, что снижение качества нейросетевых моделей при увеличении количества

образцов в выборке, достаточно большие значения коэффициента вариации вектора ошибок (Vd) и нормализованных значений ошибок [нормализованное значение средней абсолютной ошибки $CV(MAE)$ и среднеквадратичной ошибки $CV(RMSE)$], случайный разброс результирующих значений всех математических статистик (r , R^2 , MAE , $RMSE$, d , Vd), отмеченный скачкообразными кривыми линиями в окрестности линии тренда на графиках их распределений в зависимости от количества нейронов в промежуточном слое, количества промежуточных слоёв и количества повторений обучений, связаны со статистической изменчивостью, вызванной случайной генерацией весовых коэффициентов перед началом обучения. При удачной генерации весовых коэффициентов перед началом обучения модель обучается настолько точно, что в отдельных случаях может попадать в категорию «отличная» или даже «почти идеальная», а при не удачной генерации, соответственно, наоборот. Об этом также свидетельствует изменение величины математических статистик, полученное при повторных переобучениях моделей. Изменение коэффициента корреляции и детерминации при повторных переобучениях моделей по тренировочным выборкам, включающим 50, 110 и 200 образцов, приведены на рисунке 17. Аналогичный характер изменения имели остальные математические статистики.

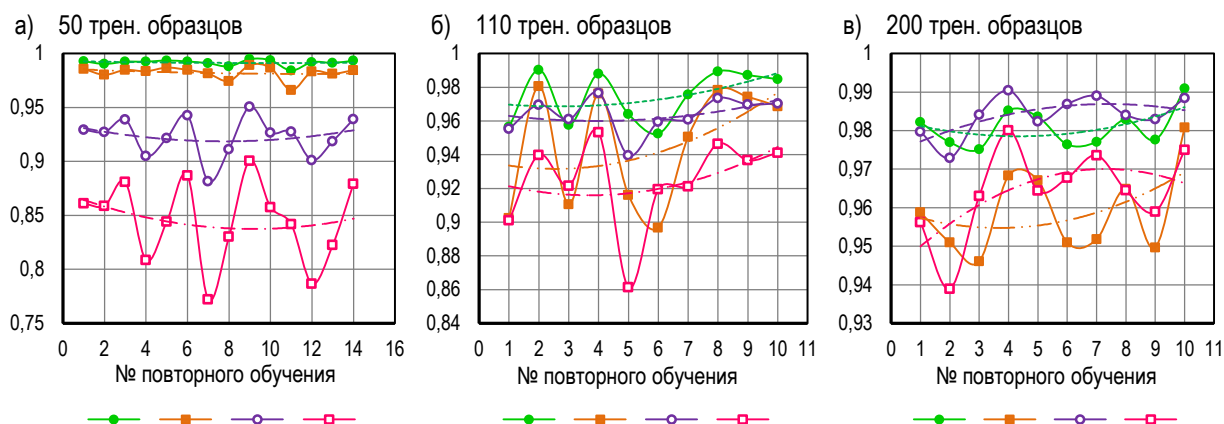


Рисунок 16 – Изменение математических статистик (r , R^2 , MAE, RMSE, d , Vd), полученных по тренировочной (tr) и тестовой (te) выборкам, на каждом повторении обучения

Заключение

Модели, базирующиеся на применении нейронной сети с полносвязной архитектурой, обладают достаточно высокой способностью к предсказанию величины сопротивления продавливанию. Об этом свидетельствуют полученные в результате исследования для большинства моделей близкие к единице значения коэффициента корреляции Пирсона (средние значения по тренировочной и тестовой выборкам составляют, соответственно, $r_{train,m} = 0,984$, $r_{test,m} = 0,944$) и коэффициента детерминации ($R^2_{train,m} = 0,965$, $R^2_{test,m} = 0,878$), свидетельствующие о «высокой положительной корреляции» предсказанных и экспериментальных значениях сопротивления продавливанию. Но при этом модели показывают «удовлетворительную» плотность распределения предсказанных значений сопротивления, что подтверждено достаточно большой величиной нормализованных значений средней абсолютной ошибки [$CV(MAE)_{train,m} = 8\%$, $CV(MAE)_{test,m} = 16,8\%$], среднеквадратичной ошибки [$CV(RMSE)_{train,m} = 16,4\%$, $CV(RMSE)_{test,m} = 28,8\%$] и коэффициента вариации вектора ошибок δ ($Vd_{train,m} = 32,6\%$, $Vd_{test,m} = 34,9\%$).

Наилучшая предсказательная способность отмечена для моделей с 12–18 промежуточными слоями по 25–30 нейронов в каждом слое.

Распределение всех параметров имеет весьма случайный характер и очень сильно зависит от удачного подбора весовых коэффициентов перед началом обучения, который осуществляется программой случайным образом. Удачная генерация весовых коэффициентов перед началом обучения может привести к созданию нейросетевой модели, имеющей высокую точность.

Выдвинутая гипотеза цифрового моделирования сопротивления продавливанию на данном этапе должна быть отвергнута. Она может быть принята в том случае, если при обучении нейросетевой модели будут подобраны весовые коэффициенты, при которых для тренировочной и тестовой выборок будут достигнуты значения коэффициента корреляции Пирсона $r > 0,9$, коэффициента детерминации $R^2 > 0,8$, нормализованной по среднему средней абсолютной ошибки $CV(MAE) < 10\%$, нормализованной по среднему среднеквадратичной ошибки $CV(RMSE) < 10\%$ и коэффициента вариации вектора ошибок $Vd < 10\%$. Выдвинутая гипотеза может быть также принята после проверки с применением статистических критериев, например, t -критерия Стьюдента.

Список цитированных источников

- Shen, Y. Interpretable Machine Learning Models for Punching Shear Strength Estimation of FRP Reinforced Concrete Slabs / Y. Shen, J. Sun, S. Liang // Crystals. – 2022. – № 259.
- The Machine-Learning-Based Prediction of the Punching Shear Capacity of Reinforced Concrete Flat Slabs: An Advanced M5P Model Tree Approach / M. H. Abdallah, Z. A. Thoeny, S. N. Henedy [et al.] // Appl. Sci. – 2023. – Vol. 13. – P. 8325. – DOI: 10.3390/app13148325.
- Silva Júnior, F. E. S. Machine learning models to predict the punching shear strength of reinforced concrete flat slabs / F. E. S. Silva Júnior, W. J. S. Gomes // Rev. IBRACON Estrut. Mater. – 2023. – Vol. 16, № 4, Art. 16405. – DOI: 10.1590/S1983-41952023000400005.
- Молош, В. В. Сопротивление срезу при продавливании самонапряженных плоских железобетонных элементов без поперечного армирования : дис. ... канд. тех. наук : 01.07.14 / Виктор Викторович Молош. – Брест, 2014. – 226 л.
- Kinnunen, S. Punching of concrete slabs without shear reinforcement / S. Kinnunen, H. Nylander. – Stockholm, Sweden : KTH Royal Institute of Technology, 1960. – 112 p.
- Broms, C. E. Elimination of flat plate punching failure mode / C. E. Broms // ACI Structural Journal. – 2000. – Vol. 97. – P. 94–101.
- Broms, C. E. Concrete flat slabs and footings-design method for punching and detailing for ductility. Ph. D. Thesis / C. E. Broms. – Stockholm, Sweden : KTH Royal Institute of Technology, 2005. – 114 p.
- Tian, Y. Strength Evaluation of Interior Slab-Column Connections / Y. Tian, J. O. Jirsa, O. Bayrak // ACI Structural Journal. – 2008. – Vol. 105. – P. 692–700.
- Stasio, D. Transfer of Bending Moment between Flat Plate Floor and Column / D. Stasio, M. R. V. Buren // ACI Structural Journal. – 1960. – Vol. 57. – P. 299–314.
- Moe, J. Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings under Concentrated Loads / J. Moe. – Skokie, Illinois : Portland Cement Association, 1961. – 130 p.
- GB 50010–2010. Code for design of concrete structures : national standard of the People's Republic of China / MOHURD (Ministry of Housing and Urban-Rural Development). – Beijing : China Architecture & Building Press, 2015. – P. 232–236.
- ACI 318-19. Building code requirements for structural concrete and commentary : American Concrete Institute standard / American Concrete Institute. – Farmington Hills, MI : ACI, 2019. – 624 p.
- Muttoni, A. Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement / A. Muttoni // ACI Structural Journal. – 2008. – Vol. 105. – P. 440–450.
- A Modified Compression Field Theory Based Analytical Model of RC Slab-Column Joint without Punching Shear Reinforcement / L. F. Wu, T. C. Huang, Y. L. Tong, S. X. Liang // Buildings. – 2022. – Vol. 12. – 226 p.
- Punching Shear Strengths of RC Slab-Column Connections: Prediction and Reliability / P. Chetchotisak, P. Ruengpim, D. Chetchotsak, S. Yindeesuk // KSCE Journal of Civil Engineering. – 2018. – Vol. 22. – P. 3066–3076.
- Mohammed, T. A. Post-Earthquake Fire Punching Shear Behavior of GFRP-Reinforced Slab-Column Connections / T. A. Mohammed, S. Shirtaga // Hindawi Advances in Civil Engineering. – Vol. 23 (February 2023). – Article ID 7596032. – 25 p. – DOI: 10.1155/2023/7596032.

17. Geetha, N. K. Overview of machine learning and its adaptability in mechanical engineering / N. K. Geetha, P. Bridjesh // *Materials Today*. – 2020. – Vol. 4. – P. 395–399.
18. Machine-learning interpretability techniques for seismic performance assessment of infrastructure systems / S. Mangalathu, K. Karthikeyan, D. C. Feng, J. S. Jeon // *Engineering Structures*. – 2022. – Vol. 250. – Art. 112883.
19. Development of data-driven prediction model for CFRP-steel bond strength by implementing ensemble learning algorithms / S. Z. Chen, D. C. Feng, W. S. Han, G. Wu // *Construction and Building Materials*. – 2021. – Vol. 303. – Art. 124470.
20. Implementing ensemble learning methods to predict the shear strength of RC deep beams with/without web reinforcements / D. C. Feng, W. J. Wang, S. Mangalathu [et al.] // *Engineering Structures*. – Vol. 2021. – Vol. 235. – Art. 111979.
21. A probabilistic bond strength model for corroded reinforced concrete based on weighted averaging of non-fine-tuned machine learning models / B. Fu, S. Z. Chen, X. R. Liu, D. C. Feng // *Construction and Building Materials*. – 2022. – Vol. 318. – Art. 125767.
22. Nasiri, S. Machine learning in predicting mechanical behavior of additively manufactured parts / S. Nasiri, M. R. Khosravani // *Journal of Materials Research and Technology*. – 2021. – Vol. 14. – P. 1137–1153.
23. Hoang, A. N. D. Estimating punching shear capacity of steel fibre reinforced concrete slabs using sequential piecewise multiple linear regression and artificial neural network / A. N. D. Hoang // *Measurement*. – 2019. – Vol. 137. – P. 58–70.
24. Nguyen, H. D. Development of extreme gradient boosting model for prediction of punching shear resistance of r/c interior slabs / H. D. Nguyen, G. T. Truong, M. Shin // *Engineering Structures*. – 2021. – Vol. 235. – Art. 112067.
25. Explainable machine learning models for punching shear strength estimation of flat slabs without transverse reinforcement / S. Mangalathu, H. Shin, E. Choi, J. S. Jeon // *Journal of Building Engineering*. – 2021. – Vol. 39. – Art. 102300.
26. Truong, G. T. Assessment of punching shear strength of FRP-RC slab-column connections using machine learning algorithms / G. T. Truong, H. J. Hwang, C. S. Kim // *Engineering Structures*. – 2022. – Vol. 255. – Art. 113898.
27. A machine learning framework for predicting the shear strength of carbon nanotube-polymer interfaces based on molecular dynamics simulation data / A. Rahman, P. Deshpande, M. S. Radue [et al.] // *Composites Science and Technology*. – 2021. – Vol. 207. – Art. 108627.
28. Ilawe, N. V. Breaking Badly: DFT-D2 Gives Sizeable Errors for Tensile Strengths in Palladium-Hydride Solids / N. V. Ilawe, J. A. Zimmerman, B. M. J. Wong // *Journal of Chemical Theory and Computation*. – 2015. – Vol. 11. – P. 5426–5435.
29. Compressive Strength Prediction of High-Strength Concrete Using Long Short-Term Memory and Machine Learning Algorithms / H. G. Chen, X. Li, Y. Q. Wu [et al.] // *Buildings*. – 2022. – Vol. 12. – Art. 302.
30. Data-Driven Compressive Strength Prediction of Fly Ash Concrete Using Ensemble Learner Algorithms / M. S. Barkhordari, D. J. Armaghani, A. S. Mohammed, D. V. Ulrikh // *Buildings*. – 2022. – Vol. 12. – Art. 132.
31. Shear Strength Prediction of Slender Steel Fiber Reinforced Concrete Beams Using a Gradient Boosting Regression Tree Method / A. Shatnawi, H. M. Alkassar, N. M. Al-Abdaly [et al.] // *Buildings*. – 2022. – Vol. 12. – Art. 550.
32. Jiang, Y. M. Compressive Strength Prediction of Fly Ash Concrete Using Machine Learning Techniques / Y. M. Jiang, H. Y. Li, Y. S. Zhou // *Buildings*. – 2022. – Vol. 12. – Art. 690.
33. Shen, Y. X. Explainable machine learning-based model for failure mode identification of RC flat slabs without transverse reinforcement / Y. X. Shen, L. F. Wu, S. X. Liang // *Engineering Failure Analysis*. – 2022. – Vol. 141. – Art. 106647.
34. Fu, B. A machine learning-based time-dependent shear strength model for corroded reinforced concrete beams / B. Fu, D. C. Feng // *Journal of Building Engineering*. – 2021. – Vol. 36. – Art. 102118.
35. Головки, В.А. Нейросетевые технологии обработки данных / В. А. Головки, В. В. Краснопрошин. – Минск : БГУ, 2017. – 264 с.
36. Hou, R. Prediction of the shear capacity of ultrahigh-performance concrete beams using neural network and genetic algorithm / R. Hou, Q. Hou // *Scientific Reports*. – 2023. – <https://www.nature.com/articles/s41598-023-29342-0> (дата обращения: 17.01.2026).
37. Shen, L. Reliability Analysis of RC Slab-Column Joints under Punching Shear Load Using a Machine Learning-Based Surrogate Model / L. Shen, Y. Shen, Sh. Liang // *Buildings*. – 2022. – Vol. 12. – Art. 1750. – DOI: 10.3390/buildings12101750.
38. Xu, H. H. Dependent Evidence Combination Based on Shearman Coefficient and Pearson Coefficient / H. H. Xu, Y. Deng // *IEEE Access*. – 2018. – Vol. 6. – P. 11634–11640.
39. Abellan-Garcia, J. Properties prediction of environmentally friendly ultra-high-performance concrete using artificial neural networks / J. Abellan-Garcia, F. Gomez, N. Torres Castellanos // *European Journal of Environmental and Civil Engineering*. – 2022. – Vol. 26, № 6. – P. 2319–2343.
40. Du, G. Prediction of the compressive strength of high-performance self-compacting concrete by an ultrasonic rebound method based on a GA-BP neural network / G. Du, L. Bu, Q. Hou // *PLoS ONE*. – 2021. – Vol. 16, № 5. – Art. e0250795. – DOI: 10.1371/journal.pone.0250795.
41. Основы проектирования строительных конструкций = Основы проектирования будаунічных конструкцый : СН 2.01.01. – Введ. 16.19.2019. – Минск : РУП «Стройтехнорм»; Мин. арх. и стр.-ва Респ. Беларусь, 2020. – 89 с.
42. Hinkle, D. E. *Applied statistics for the behavioral sciences* / D. E. Hinkle, W. Wiersma, S. G. Jurs. – 5th ed. – Boston ; New York : Houghton Mifflin Company, 2003. – 756 p.
43. Статистика : учеб. для студ. учреждений сред. проф. образования / В.С. Михтарян, В. Г. Минашкин, Р. А. Шмойлова, Н. А. Садовникова ; под ред. В. С. Михтаряна. – 12-е изд. перераб. и доп. – М : Академия, 2013. – 304 с.

References

1. Shen, Y. Interpretable Machine Learning Models for Punching Shear Strength Estimation of FRP Reinforced Concrete Slabs / Y. Shen, J. Sun, S. Liang // *Crystals*. – 2022. – № 259.
2. The Machine-Learning-Based Prediction of the Punching Shear Capacity of Reinforced Concrete Flat Slabs: An Advanced M5P Model Tree Approach / M. H. Abdallah, Z. A. Thoeny, S. N. Henedy [et al.] // *Appl. Sci*. – 2023. – Vol. 13. – P. 8325. – DOI: 10.3390/app13148325.
3. Silva Júnior, F. E. S. Machine learning models to predict the punching shear strength of reinforced concrete flat slabs / F. E. S. Silva Júnior, W. J. S. Gomes // *Rev. IBRACON Estrut. Mater*. – 2023. – Vol. 16, № 4, Art. 16405. – DOI: 10.1590/S1983-41952023000400005.
4. Molosh, V. V. Sprotyvlenie srezu pri prodavlivanii samonapryazhennykh ploskih zhelezobetonnykh elementov bez poperechnogo armirovaniya : dis. ... kand. tekhn. nauk : 01.07.14 / Viktor Viktorovich Molosh. – Brest, 2014. – 226 l.
5. Kinnunen, S. Punching of concrete slabs without shear reinforcement / S. Kinnunen, H. Nylander. – Stockholm, Sweden : KTH Royal Institute of Technology, 1960. – 112 p.
6. Broms, C. E. Elimination of flat plate punching failure mode / C. E. Broms // *ACI Structural Journal*. – 2000. – Vol. 97. – P. 94–101.
7. Broms, C. E. Concrete flat slabs and footings-design method for punching and detailing for ductility. Ph. D. Thesis / C. E. Broms. – Stockholm, Sweden : KTH Royal Institute of Technology, 2005. – 114 p.
8. Tian, Y. Strength Evaluation of Interior Slab-Column Connections / Y. Tian, J. O. Jirsa, O. Bayrak // *ACI Structural Journal*. – 2008. – Vol. 105. – P. 692–700.
9. Stasio, D. Transfer of Bending Moment between Flat Plate Floor and Column / D. Stasio, M. R. V. Buren // *ACI Structural Journal*. – 1960. – Vol. 57. – P. 299–314.
10. Moe, J. Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings under Concentrated Loads / J. Moe. – Skokie, Illinois : Portland Cement Association, 1961. – 130 p.
11. GB 50010–2010. Code for design of concrete structures : national standard of the People's Republic of China / MOHURD (Ministry of Housing and Urban-Rural Development). – Beijing : China Architecture & Building Press, 2015. — P. 232–236.

12. ACI 318-19. Building code requirements for structural concrete and commentary : American Concrete Institute standard / American Concrete Institute. – Farmington Hills, MI : ACI, 2019. – 624 p.
13. Muttoni, A. Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement / A. Muttoni // *ACI Structural Journal*. – 2008. – Vol. 105. – P. 440–450.
14. A Modified Compression Field Theory Based Analytical Model of RC Slab-Column Joint without Punching Shear Reinforcement / L. F. Wu, T. C. Huang, Y. L. Tong, S. X. Liang // *Buildings*. – 2022. – Vol. 12. – 226 p.
15. Punching Shear Strengths of RC Slab-Column Connections: Prediction and Reliability / P. Chetchotsak, P. Ruengpim, D. Chetchotsak, S. Yindeesuk // *KSCE Journal of Civil Engineering*. – 2018. – Vol. 22. – P. 3066–3076.
16. Mohammed, T. A. Post-Earthquake Fire Punching Shear Behavior of GFRP-Reinforced Slab-Column Connections / T. A. Mohammed, S. Shirtaga // *Hindawi Advances in Civil Engineering*. – Vol. 23 (February 2023). – Article ID 7596032. – 25 p. – DOI: 10.1155/2023/7596032.
17. Geetha, N. K. Overview of machine learning and its adaptability in mechanical engineering / N. K. Geetha, P. Bridjesh // *Materials Today*. – 2020. – Vol. 4. – P. 395–399.
18. Machine-learning interpretability techniques for seismic performance assessment of infrastructure systems / S. Mangalathu, K. Karthikeyan, D. C. Feng, J. S. Jeon // *Engineering Structures*. – 2022. – Vol. 250. – Art. 112883.
19. Development of data-driven prediction model for CFRP-steel bond strength by implementing ensemble learning algorithms / S. Z. Chen, D. C. Feng, W. S. Han, G. Wu // *Construction and Building Materials*. – 2021. – Vol. 303. – Art. 124470.
20. Implementing ensemble learning methods to predict the shear strength of RC deep beams with/without web reinforcements / D. C. Feng, W. J. Wang, S. Mangalathu [et al.] // *Engineering Structures*. – Vol. 2021. – Vol. 235. – Art. 111979.
21. A probabilistic bond strength model for corroded reinforced concrete based on weighted averaging of non-fine-tuned machine learning models / B. Fu, S. Z. Chen, X. R. Liu, D. C. Feng // *Construction and Building Materials*. – 2022. – Vol. 318. – Art. 125767.
22. Nasiri, S. Machine learning in predicting mechanical behavior of additively manufactured parts / S. Nasiri, M. R. Khosravani // *Journal of Materials Research and Technology*. – 2021. – Vol. 14. – P. 1137–1153.
23. Hoang, A. N. D. Estimating punching shear capacity of steel fibre reinforced concrete slabs using sequential piecewise multiple linear regression and artificial neural network / A. N. D. Hoang // *Measurement*. – 2019. – Vol. 137. – P. 58–70.
24. Nguyen, H. D. Development of extreme gradient boosting model for prediction of punching shear resistance of r/c interior slabs / H. D. Nguyen, G. T. Truong, M. Shin // *Engineering Structures*. – 2021. – Vol. 235. – Art. 112067.
25. Explainable machine learning models for punching shear strength estimation of flat slabs without transverse reinforcement / S. Mangalathu, H. Shin, E. Choi, J. S. Jeon // *Journal of Building Engineering*. – 2021. – Vol. 39. – Art. 102300.
26. Truong, G. T. Assessment of punching shear strength of FRP-RC slab-column connections using machine learning algorithms / G. T. Truong, H. J. Hwang, C. S. Kim // *Engineering Structures*. – 2022. – Vol. 255. – Art. 113898.
27. A machine learning framework for predicting the shear strength of carbon nanotube-polymer interfaces based on molecular dynamics simulation data / A. Rahman, P. Deshpande, M. S. Radue [et al.] // *Composites Science and Technology*. – 2021. – Vol. 207. – Art. 108627.
28. Ilawe, N. V. Breaking Badly: DFT-D2 Gives Sizeable Errors for Tensile Strengths in Palladium-Hydride Solids / N. V. Ilawe, J. A. Zimmerman, B. M. J. Wong // *Journal of Chemical Theory and Computation*. – 2015. – Vol. 11. – P. 5426–5435.
29. Compressive Strength Prediction of High-Strength Concrete Using Long Short-Term Memory and Machine Learning Algorithms / H. G. Chen, X. Li, Y. Q. Wu [et al.] // *Buildings*. – 2022. – Vol. 12. – Art. 302.
30. Data-Driven Compressive Strength Prediction of Fly Ash Concrete Using Ensemble Learner Algorithms / M. S. Barkhordari, D. J. Armaghani, A. S. Mohammed, D. V. Ulrikh // *Buildings*. – 2022. – Vol. 12. – Art. 132.
31. Shear Strength Prediction of Slender Steel Fiber Reinforced Concrete Beams Using a Gradient Boosting Regression Tree Method / A. Shatnawi, H. M. Alkassar, N. M. Al-Abdaly [et al.] // *Buildings*. – 2022. – Vol. 12. – Art. 550.
32. Jiang, Y. M. Compressive Strength Prediction of Fly Ash Concrete Using Machine Learning Techniques / Y. M. Jiang, H. Y. Li, Y. S. Zhou // *Buildings*. – 2022. – Vol. 12. – Art. 690.
33. Shen, Y. X. Explainable machine learning-based model for failure mode identification of RC flat slabs without transverse reinforcement / Y. X. Shen, L. F. Wu, S. X. Liang // *Engineering Failure Analysis*. – 2022. – Vol. 141. – Art. 106647.
34. Fu, B. A machine learning-based time-dependent shear strength model for corroded reinforced concrete beams / B. Fu, D. C. Feng // *Journal of Building Engineering*. – 2021. – Vol. 36. – Art. 102118.
35. Golovko, V. A. Nejrosetevye tekhnologii obrabotki dannyh / V. A. Golovko, V. V. Krasnoproshin. – Minsk : BGU, 2017. – 264 s.
36. Hou, R. Prediction of the shear capacity of ultrahigh-performance concrete beams using neural network and genetic algorithm / R. Hou, Q. Hou // *Scientific Reports*. – 2023. – <https://www.nature.com/articles/s41598-023-29342-0> (data obrashcheniya: 17.01.2026).
37. Shen, L. Reliability Analysis of RC Slab-Column Joints under Punching Shear Load Using a Machine Learning-Based Surrogate Model / L. Shen, Y. Shen, Sh. Liang // *Buildings*. – 2022. – Vol. 12. – Art. 1750. – DOI: 10.3390/buildings12101750.
38. Xu, H. H. Dependent Evidence Combination Based on Shearman Coefficient and Pearson Coefficient / H. H. Xu, Y. Deng // *IEEE Access*. – 2018. – Vol. 6. – P. 11634–11640.
39. Abellan-Garcia, J. Properties prediction of environmentally friendly ultra-high-performance concrete using artificial neural networks / J. Abellan-Garcia, F. Gomez, N. Torres Castellanos // *European Journal of Environmental and Civil Engineering*. – 2022. – Vol. 26, № 6. – P. 2319–2343.
40. Du, G. Prediction of the compressive strength of high-performance self-compacting concrete by an ultrasonic rebound method based on a GA-BP neural network / G. Du, L. Bu, Q. Hou // *PLoS ONE*. – 2021. – Vol. 16, № 5. – Art. e0250795. – DOI: 10.1371/journal.pone.0250795.
41. Osnovy proektirovaniya stroitel'nykh konstrukcij = Asnovy praektavannya budaunichyh kanstrukcyj : SN 2.01.01. – Vved. 16.19.2019. – Minsk : RUP «Strojtekhnorm» ; Min. arh. i str.-va Resp. Belarus', 2020. – 89 s.
42. Hinkle, D. E. Applied statistics for the behavioral sciences / D. E. Hinkle, W. Wiersma, S. G. Jurs. – 5th ed. – Boston ; New York : Houghton Mifflin Company, 2003. – 756 p.
43. Statistika : ucheb. dlya stud. uchrezhdenij sred. prof. obrazovaniya / V. S. Mihtaryan, V. G. Minashkin, R. A. Shmojlova, N. A. Sadovnikova ; pod red. V. S. Mihtaryana. – 12-e izd. pererab. I dop. – M : Akademiya, 2013. – 304 s.

Материал поступил 24.02.2026, одобрен 06.03.2026, принят к публикации 06.03.2026