

УДК 004.4:519.17

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕОРИИ ГРАФОВ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

А. И. Жук¹, Е. Н. Защук², Л. А. Ярмолик³, В. А. Шеина⁴

¹ К. ф.-м. н., доцент, доцент кафедры математики и информатики, УО «Брестский государственный технический университет», Брест, Беларусь, e-mail: aizhuk85@mail.ru

² К. ф.-м. н., доцент, доцент кафедры математики и информатики, УО «Брестский государственный технический университет», Брест, Беларусь, e-mail: shvichkina@tut.by

³ Студентка факультета инженерных систем и экологии, УО «Брестский государственный технический университет», Брест, Беларусь, e-mail: askinglop@gmail.com

⁴ Студентка факультета инженерных систем и экологии, УО «Брестский государственный технический университет», Брест, Беларусь, e-mail: veronikaseina78@gmail.com

Реферат

В статье представлены разработанные программные модули для работы с графами, ориентированные на решение прикладных задач анализа и оптимизации. А именно анализ социальных сетей, информационных потоков, установление характера коммуникаций между интересующими подмножествами.

Решение этих задач очень трудоемко и требует внедрения новых методов, которые будут использовать классические задачи с графами на базе систем компьютерной алгебры. В статье исследуются способы задания графов в символьном пакете Mathematica, демонстрируются его возможности при работе с графами. Mathematica – это мощная система компьютерной алгебры, разработанная компанией Wolfram Research. Она используется для математических, инженерных и научных вычислений, а также для визуализации данных и моделирования сложных систем. В работе приведено обобщение задач, рассмотренных авторами ранее. Рассматривается функционал модулей, позволяющих выделять подграф по выбранным вершинам, находить окрестность одной вершины, а также вычислять окрестности трёх вершин и их объединение. Приведены программные реализации данных модулей и показано их применение на примере задачи оптимизации работы компании, где графовая модель используется для анализа взаимодействий между подразделениями и потоков информации. Таким образом, разработанные авторами модули становятся инструментом стратегического планирования, позволяя руководителям принимать обоснованные решения о перераспределении обязанностей и оптимизации рабочих процессов

Полученные результаты демонстрируют эффективность предложенных инструментов для выявления ключевых узлов системы и поиска путей оптимизации организационной структуры, что подтверждает практическую ценность использования Mathematica в исследовательских и образовательных целях.

Ключевые слова: элементы теории графов, система компьютерной алгебры Wolfram Mathematica.

MODELING OF GRAPH THEORY IN SOLVING INFORMATION PROCESSING OPTIMIZATION PROBLEMS

A. I. Zhuk, E. N. Zashchuk, L. A. Yarmolik, V. A. Sheina

Abstract

The article presents the developed software modules for working with graphs, which are focused on solving applied problems of analysis and optimization. Namely, the analysis of social networks, information flows, establishing the nature of communications between subsets of interest.

Solving these problems is very labor-intensive and requires the introduction of new methods that will use classical problems with graphs based on computer algebra systems. The article explores the ways of setting up graphs in the symbolic package Mathematica, demonstrates its capabilities when working with graphs. Mathematica is a powerful computer algebra system developed by Wolfram Research. It is used for mathematical, engineering, and scientific calculations, as well as for data visualization and modeling of complex systems. This paper provides a generalization of the tasks discussed by the authors earlier. It examines the functionality of modules that allow for the selection of a subgraph based on selected vertices, the finding of the neighborhood of a single vertex, and the calculation of the neighborhoods of three vertices and their union. The paper presents the software implementations of these modules and demonstrates their application through the example of optimizing the operations of a company, where a graph model is used to analyze the interactions between departments and information flows. Thus, the modules developed by the authors become a tool for strategic planning, allowing managers to make informed decisions about the redistribution of responsibilities and the optimization of work processes.

The results obtained demonstrate the effectiveness of the proposed tools for identifying key nodes of the system and finding ways to optimize the organizational structure, which confirms the practical value of using Mathematica for research and educational purposes.

Keywords: elements of graph theory, computer algebra system Wolfram Mathematica.

Введение

В условиях роста интереса к анализу сетевых структур особую значимость приобретают инструменты, позволяющие не только изучать теоретические свойства графов, но и применять их для решения реальных задач [1]. Социальные сети, транспортные системы, биологические взаимодействия и информационные потоки – все эти области требуют наглядных и удобных средств для исследования локальных и глобальных связей. Мощным инструментом для изучения теории графов в таком аспекте выступают системы компьютерной алгебры, например, Wolfram Mathematica [2]. Так, в работах [3–5] приведена компьютерная симуляция биологических процессов, описывающих конкуренцию; в работах [6–9] рассмотрены задачи гидрологии; в публикациях [10–13] содержатся рекомендации при решении задач аналитической теории дифференциальных уравнений.

Так авторами были разработаны программные модули в Wolfram Mathematica, которые помогают улучшить образовательный процесс при чтении лекций по некоторым разделам математики [14–22].

В среде Wolfram Mathematica были разработаны модули, ориентированные на практическое использование в прикладных сценариях. Среди них:

– средства для вывода на экран подграфа по выбранным вершинам или по заданному числу вершин, что позволяет моделировать локальные фрагменты больших сетей [23, 24];

– инструменты для поиска соседей одной вершины, а также расширенные версии для анализа соседей трех вершин с последующим объединением множеств, что открывает возможности для изучения взаимодействий в сложных системах [25, 26].

Разработка таких модулей показывает хорошую эффективность при преподавании теории графов, что отображено в работах [27–30]. В них продемонстрированы методические особенности обучения студентов технических ВУЗов, которые помогают визуализировать графы и устанавливать их свойства.

Вывод подграфа по выбранным вершинам

Данный модуль предназначен для построения подграфа на основе множества вершин, выбранных пользователем. Он позволяет

```
RG[n0_, m0_, t0_] := Module[{n = n0, m = m0, t = t0, style}, style = {VertexSize -> 0.2, ImagePadding -> 10, ImageSize -> {220, 320}};
g1 = RandomGraph[{n, m}, DirectedEdges -> t, VertexSize -> Medium, style];
g3 = Graph[g1, VertexLabels -> Table[i -> Subscript[v, i], {i, VertexCount[g1]}, style]; g3]
```

Основной модуль реализован с использованием конструкции Manipulate, обеспечивающей интерактивное управление параметрами графа. При нажатии кнопки «новый граф» вызывается пользовательская функция RG [n0_, m0_, t0_], которая генерирует граф и отображает его на экране. Количество вершин и ребер задается через элементы интерфейса, а логическая переменная, определяющая тип графа, устанавливается кликом пользователя. После построения графа необходимо выбрать нужные вершины с помощью чекбоксов и авторский модуль автоматически сформирует и

выделить локальную часть графа и визуализировать ее, что облегчает анализ структуры связей.

Программный код модуля представлен в СКА Mathematica [12]. Следующая пользовательская функция осуществляет случайную генерацию графа с использованием встроенной функции RandomGraph. В качестве аргументов она принимает три параметра: количество ребер, количество вершин и логическую переменную, определяющую, будет ли сгенерированный граф ориентированным или нет.

визуализирует соответствующий подграф. Построение подграфа в модуле осуществляется с использованием встроенной функции Subgraph, которая формирует граф на основе выбранного пользователем множества вершин. Динамическое обоснование визуализации реализовано через конструкцию Dynamic, позволяющую отображать изменения графовой структуры в реальном времени при взаимодействии с элементами интерфейса. Такое сочетание обеспечивает интерактивность, наглядность и гибкость работы с графами.

```
Manipulate[Module[{style}, style = {VertexSize -> 0.2, ImagePadding -> 10, ImageSize -> {150, 150}}; flags = ConstantArray[1, n]; Grid[{{g, Dynamic[Panel[Column[{"Укажите вершины подграфа", Table[With[{i=1}, Checkbox[Dynamic[flags[[i]]], {0, 1}], {i, n}], "номера выбранных вершин", Dynamic[Pick[Range[n], flags, 1]], Dynamic[HighlightGraph[g, Subgraph[g, Pick[Range[n], flags, 1]], GraphHighlightStyle -> "Thick"]]}], ImageSize -> {300, 400}, Alignment -> {Left, Top}, FrameMargins -> 0]}]}], {{g, RG[5, 6, False]}, None}, {{t, {}}, None}, {{n, 5, "количество вершин графа n"}, 2, 10, 1, Appearance -> "Labeled"}, Control[{{m, 4, "количество ребер графа m"}, n - 1, n (n - 1)/2, 1, Appearance -> "Labeled"}], {digraph, {True, False}}, Button["новый граф", g = RG[n, m, digraph]], AutorunSequencing -> {3}, SaveDefinitions -> True].
```

На рисунке 1 представлено пользовательское окно разработанного программного модуля. Интерфейс организован таким образом, чтобы обеспечить интуитивное и гибкое управление параметрами,

позволяя пользователю легко формировать структуру графа, выбирать интересующие вершины и наблюдать результаты в реальном времени.

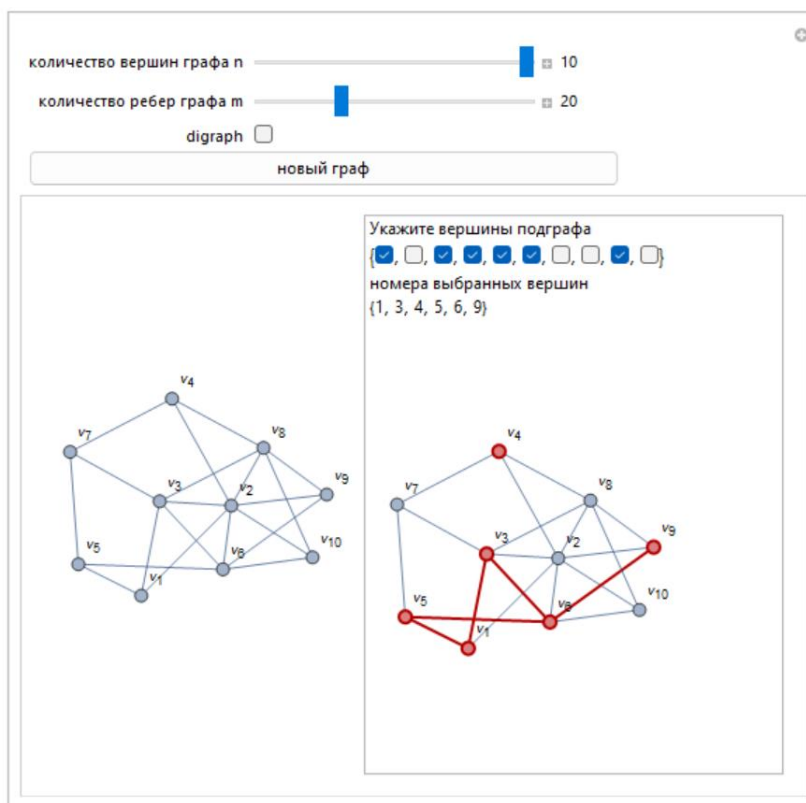


Рисунок 1 – Результат работы программного модуля по нахождению подграфа с выбранными пользователем вершинами

Модуль генерирует случайный граф по числу вершин и ребер при нажатии кнопки «новый граф». Пользователь может определить тип создаваемого графа (ориентированный или неориентированный) просто установив галочку в соответствующем окне интерфейса. После генерации графа он автоматически отображается на экране в интерактивном окне, где каждая вершина визуальна представлена и доступна для выбора. Пользователь может отметить интересующие его вершины, установив галочки в соответствующем списке. Как только выбор завершен, модуль мгновенно перестраивает изображение, выделяя и отображая подграф, содержащий только выбранные вершины.

Модуль применим для анализа локального сообщества в социальной сети. Исследователь выбирает группу пользователей, чтобы изучить их взаимные связи. Подграф показывает, кто связан напрямую, а кто образует изолированные пары или кластеры. Это помогает выявить ядро сообщества и потенциальных лидеров.

Проиллюстрируем применение разработанного модуля для анализа некоторой социальной сети. На рисунке 1 представлен результат работы модуля. Пользователем сгенерирован неориентированный граф с 10 вершинами и 20 ребрами. Для анализа выбраны вершины с номерами 1, 3, 4, 5, 6, 9, построен соответствующий подграф. Интерпретируем граф и соответственно его подграф как социальную сеть и проанализируем полученные данные.

Структура сообщества:

- узлы и связи: $v1 - v5, v1 - v3, v5 - v6, v3 - v6, v6 - v9; v4$ – без связей;

- компоненты: основная группа $\{v1, v3, v5, v6, v9\}$ и изолированный участник $\{v4\}$;

- ядро: $v1, v3, v5, v6$ образуют плотный цикл, обеспечивая альтернативные маршруты общения.

Роли участников:

- лидер (мост): $v6$ – соединяет ядро с периферией, единственный канал доступа для $v9$;

- активное ядро $v1, v3, v5$ – поддерживают устойчивую коммуникацию внутри группы, создают резервные пути;

- периферия: $v9$ – зависит от $v6$ для связи с остальными, уязвим к разрыву контакта, $v6 - v9$;

- изолированный участник: $v4$ – не вовлечен в коммуникации, отсутствует доступ к информации влияния.

Паттерны информации и влияние:

- основные потоки проходят через цикл $v1 - v5, v5 - v6, v6 - v3, v3 - v1$; обмен внутри ядра устойчив к единичным сбоям;

- контроль доступа: $v6$ обладает высокой посреднической ролью, влияя на распространение информации к $v9$;

- риск изоляции: $v9$ теряет связь с группой при проблемах у $v6; v4$ полностью вне сети.

На основании результата работы модуля можно сделать следующие практические выводы:

- ключевые узлы влияния: $v6$ (мост и координатор), $v1, v3, v5$ (стабильное ядро);

- слабые места: зависимость $v9$ от единственного канала через $v6$; отсутствие интеграции $v4$.

Рекомендации по улучшению работы сети:

- разгрузить мост: добавить связь $v9 - v3$ или $v9 - v1$ для альтернативного доступа;

- интегрировать $v4$: подключить к $v5$ или $v3$, чтобы включить в обмен;

- сбалансировать роли: распределить посредничество между $v1$ и $v3$, снижая концентрацию на $v6$.

Эта сеть может быть интерпретирована в разных прикладных контекстах, что подчеркивает универсальность графовых моделей.

Выше была рассмотрена социальная сеть, где вершины отражают участников, а ребра – их взаимодействия: мы видим ядро активных связей и периферию, а также изолированных участников, что позволяет выявить лидеров и уязвимые точки коммуникации. При анализе транспортной сети вершины становятся станциями или узлами маршрутов, а ребра – линиями сообщения. С помощью описанного модуля можно определить пересадочные узлы, конечные станции и слабые места сети, где разрыв связи приводит к изоляции некоторого участка. При исследовании биологической сети вершины являются символьным аналогом молекул или клеток, а ребра – их взаимодействия. Анализ данной сети показывает ключевые элементы, обеспечивающие функционирование комплекса, периферийные связи и изолированные компоненты, которые могут играть роль специализированных взаимодействий. Таким образом, одна и та же структура графа позволяет делать выводы о лидерстве и посредничестве в социальных системах, о надежности и оптимизации маршрутов в транспортных сетях, а также о функциональной организации и устойчивости биологических взаимодействий.

Поиск соседей выбранной вершины

Для реализации данного модуля так же был выбран программный пакет Mathematica благодаря его широким возможностям в области визуализации графов, интерактивного моделирования и математического анализа. Среда представляет встроенные функции для обработки графов, что позволяет создавать наглядные и функциональные модели без необходимости подключения сторонних библиотек. СКА Mathematica объединяет в себе вычислительную мощь, графические средства и элементы интерфейса в единой платформе, что делает ее особенно удобной для создания учебных модулей, визуальных демонстраций и интерактивных лабораторных работ по теории графов.

В основе разработанного модуля лежит авторская функция $RG[n_0, m_0, t_0]$, реализующая генерацию случайного графа с заданным числом вершин и ребер. Для построения графа используется встроенная функция $RandomGraph$, которая позволяет гибко задавать параметры структуры. Особое внимание уделено возможности выбора типа графа посредством опции $DirectedEdges$, что расширяет спектр учебных и прикладных сценариев. Визуализация графа осуществляется с помощью функции $Graph$, обеспечивающей наглядное отображение структуры, включая вершины, ребра и их взаимное расположение. Для управления внешним видом графа введен пользовательский параметр $style$, позволяющий изменять стиль отображения графа: цвет, форму, размер вершин, тип и цвет ребер и другие визуальные параметры. Программный код этой функции приведен выше.

Ключевым элементов самого модуля является интерактивная оболочка, построенная на основе конструкции $Manipulate$, которая обеспечивает динамическое взаимодействие пользователя с графом. В частности, пользователь может выбрать номер вершины, для которой будет вычислена и визуализирована ее окрестность. Для нахождения окрестности вершины используется встроенная функция $NeighborhoodGraph$, возвращающая индуцированный подграф, включающий все вершины, находящиеся на расстоянии не более одного (или заданного) шага от выбранной вершины.

Визуальное выделение найденной окрестности реализуется с помощью функции $HighlightGraph$, которая позволяет акцентировать внимание на локальной структуре графа, сохраняя при этом общий контекст. Дополнительно предусмотрена анимация, при которой номер вершины изменяется последовательно, а соответствующая окрестность обновляется в реальном времени. Это создает эффект «обхода» графа и способствует формированию интуитивного понимания локальных связей и топологий. Программный код модуля представлен ниже:

```
Manipulate[Module[{style}, style = {VertexSize -> 0.2, ImagePadding -> 10, ImageSize -> {150, 150}};
Grid[{{HighlightGraph[g3, NeighborhoodGraph[g3, s]]}}, {g, RG[5, 6, False]}, None], {{t, {}}, None},
{{n, 5, "количество вершин графа n"}, 2, 10, 1, Appearance -> "Labeled"},
Control[{{m, 4, "количество ребер графа m"}, n - 1, n (n - 1)/2, 1, Appearance -> "Labeled"}], {digraph, {True, False}}, Button["новый граф", g =
RG[n, m, digraph]], {{s, 1, "укажите вершину графа"}, Range[n]},
AutorunSequencing -> {3}, SaveDefinitions -> True].
```

Интерактивный модуль реализован в виде наглядного окна управления, где пользователь может поэтапно задавать параметры создаваемого графа. В верхней части интерфейса расположены элементы ввода, позволяющие указать необходимые параметры. На рисунке 2 показан пример

работы программного модуля: построен ориентированный граф, содержащий 8 узлов и 17 связей, активной выбрана вершина под номером 3. На экране отображен полный граф, в котором окрестность этой вершины выделена цветом, подчеркивая ее непосредственные связи.

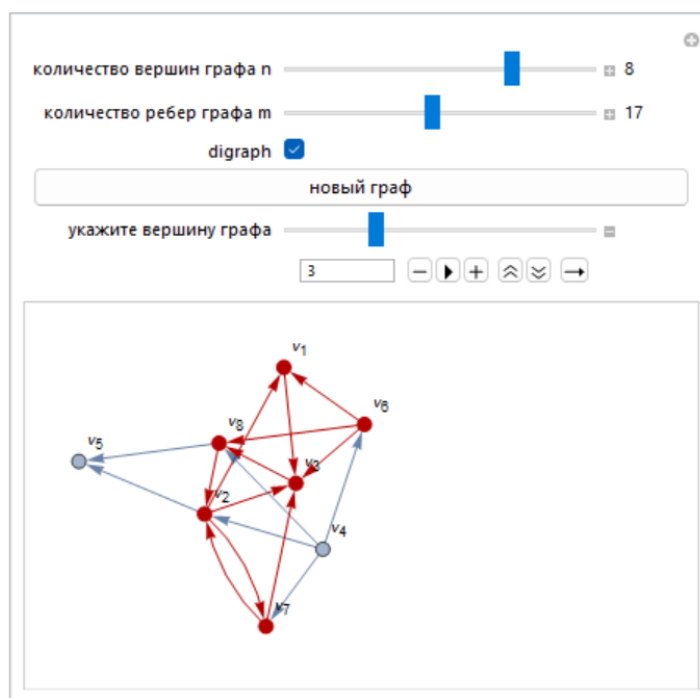


Рисунок 2 – Результат работы программного модуля нахождения окрестности выбранной вершины

Проиллюстрируем применение рассматриваемого модуля для анализа локального влияния в системе управления проектами. В некоторой компании используется графовая модель для отслеживания потока задач между сотрудниками. Каждая вершина – это сотрудник, а направление ребра – передача задач или запросов. Цель: оценить локальную активность сотрудника v_3 . На рисунке 2 представлена окрестность вершины с соответствующим номером. Проведем анализ данной окрестности:

- входящие связи: v_3 получает задачи от v_1, v_2, v_6, v_7 . Это говорит о том, что v_3 исполнитель, получающий задания от руководства;

- исходящие связи: v_3 передает задачи другому исполнителю v_8 . Это может означать, что v_3 координирует часть работы или распределяет подзадачи.

На основании этого можно сделать следующие выводы:

- роль v_3 : посредник между менеджерами и исполнителями. Получает задачи и делегирует их дальше;
- центральность: высокая степень активности: v_3 участвует в пяти связях, что делает его критически важным для потока задач;
- устойчивость сети: потеря v_3 нарушит передачу задач от менеджеров к исполнителю.

Рекомендации для улучшения работы компании:

- оптимизация: добавить прямые связи $v_3 - v_4$ или $v_3 - v_5$, чтобы снизить нагрузку на v_3 ;
- мониторинг: отслеживать нагрузку на v_3 и своевременно перераспределять задачи.

Таким образом, описанный модуль представляет собой универсальный инструмент для визуального и интерактивного анализа графов. Благодаря гибкой настройке параметров, возможности пошаговой анимации и наглядному выделению локальных структур, он может быть легко адаптирован под задачи любого прикладного типа. Независимо от предметной области модуль может быть настроен на работу с различными типами данных, визуальными параметрами и логической связью, что делает его мощным инструментом для исследования как реальных систем, так и учебных моделей.

Поиск соседей нескольких выбранных вершин и их объединения

На рисунке 3 представлено пользовательское окно разработанного модуля поиска соседей трех выбранных вершин графа, который находит еще и объединение полученных окрестностей. Интерфейс обеспечивает интуитивно понятное взаимодействие: в правой части отображается сгенерированный граф с подсвеченными различными цветами окрестностями выбранных вершин и рядом исходный граф с выделенным на нем объединением этих окрестностей. Дополнительные элементы управления расположены слева в рабочей области окна и позволяют задавать параметры генерации графа (количество вершин и ребер) и номера вершин, окрестности которых необходимо найти.

На рисунке 3 модулем был сгенерирован граф с 13 вершинами и 16 ребрами, для анализа выбраны вершины с номерами 3, 10, 11. На экран выведен первоначальный граф с подсвеченными окрестностями выбранных вершин (синий, красный, зеленый) и граф с выделенным объединением полученных окрестностей.

Рассмотрим пример прикладной задачи, решение которой реализуется с помощью данного модуля. В офисной сети сотрудники представлены вершинами графа, а задачи – направленными ребрами. Увольнение сотрудника означает удаление вершины и всех ее связей. Рассматривается ситуация, когда необходимо принять решение об увольнении сотрудников 3, 10 и 11. Важно оценить последствия каждого варианта, определить оптимальное решение и предложить план перераспределения работы.

Для начала определим роль каждого сотрудника:

- сотрудник 3 – ключевой мост: принимает задачи от 4, 8, 12 и передает их 9, откуда они поступают к рабочим узлам 5 и 6;
- сотрудник 10 – инициатор ветки: запускает поток через 4, далее в 3 и 13;
- сотрудник 11 – терминал: получает задачи от 1 и 2, но не передает их дальше.

Сценарий увольнения одного из сотрудников:

- увольнение 3 критично: разрывается магистраль $4 \rightarrow 3 \rightarrow 9 \rightarrow \{5,6\}$, узел 9 теряет вход, задачи на 6 перестают поступать.

Рекомендация: ввести новые связи (например, $4 \rightarrow 9, 12 \rightarrow 9, 3 \rightarrow \{5,6\}$ для компенсации);

- увольнение 10: поток от 10 \rightarrow 4 исчезает, но можно перенести функции запуска напрямую на 4. Рекомендация: назначить 4 координатором, добавить прямые связи $10 \rightarrow 3$ или $10 \rightarrow 9$ при необходимости;

- увольнение 11: потери минимальны, 11 – тупик, не влияющий на распределение задач. Рекомендация: перенаправить задачи от 1 и 2 на 4 или 8, чтобы они попали в продуктивные ветки.

Рассмотрим сценарий увольнения всех троих сотрудников.

Эффект от увольнения:

- поток $10 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 9 \rightarrow \{5,6\}$ полностью исчезает;
- 9 и 6 становятся недоступны.

Рекомендации:

- перенести функции запуска на 4 (новый координатор);
- добавить прямые связи к 9 и 6 (например, $4 \rightarrow 9, 4 \rightarrow 6, 8 \rightarrow 5$);
- перенаправить 1 и 2 на 4 или 8;
- исключить назначения в тупик 13;

- контролировать цикл $1 \rightarrow 8 \rightarrow 1$, чтобы задачи не застревали;
- увольнение 11: потери минимальны, 11 – тупик, не влияющий на распределение задач.

На основании анализа сети можно сделать следующие выводы:

- наименее болезненное увольнение: сотрудник 11. Его удаление почти не влияет на сеть, достаточно переназначить задачи от 1 и 2;
- допустимо, но требует перенастройки сети увольнение 10, его функции легко перенести на 4;
- нежелательно увольнение 3, это разрушает ключевую магистраль к рабочим узлам 5 и 6;
- увольнение всех троих сотрудников возможно, но требует серьезной реструктуризации сети: введения новых связей и перераспределения ролей.

Практическая рекомендация: для сохранения устойчивости офисной сети оптимально уволить только сотрудника 11, перенаправив его задачи на продуктивные узлы. Увольнение 10 допустимо при условии переноса функций на 4. Увольнение 3 или всех троих одновременно приведет к значительным потерям и потребует сложной перестройки маршрутов.

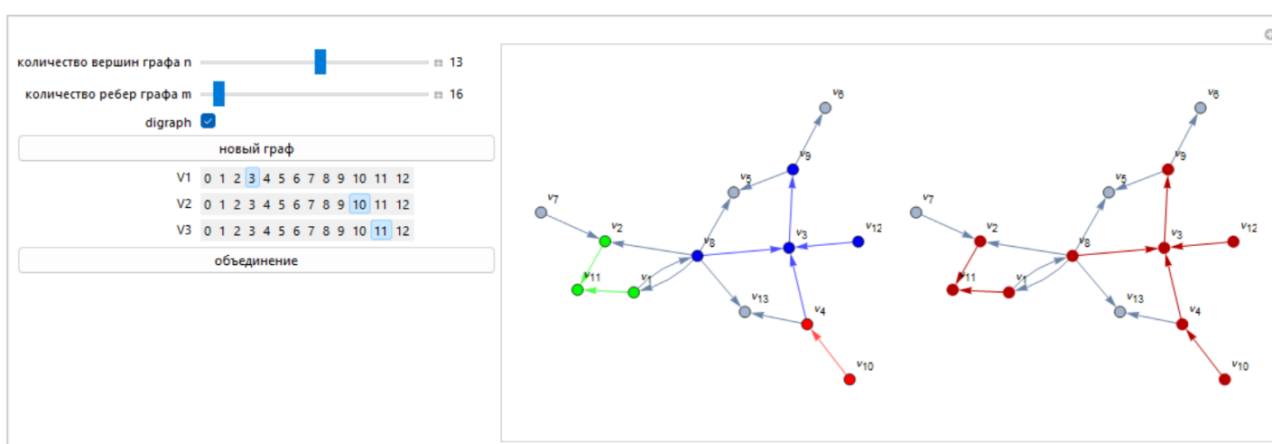


Рисунок 3 – Пользовательское окно программного модуля “GraphNeighborhoodExplorer”

Таким образом, разработанный авторами модуль становится инструментом стратегического планирования, позволяя руководителям принимать обоснованные решения о перераспределении обязанностей и оптимизации рабочих процессов.

Для обеспечения работы модуля были разработаны пользовательские функции, которые расширяют стандартные возможности системы Mathematica и делают процесс анализа графов интерактивным и педагогически ценным. Функция $RG[n_0, m_0, t_0]$ позволяет формировать графы случайным образом по заданному числу вершин и ребер.

Отдельная функция

```
UNG[v01_, v02_, v03_, g0_] := Module[{v1 = v01, v2 = v02, v3 = v03, g = g0, style}, style = {VertexSize -> 0.2, ImagePadding -> 10, ImageSize -> {320, 320}}; g1 = NeighborhoodGraph[g, v1];
```

```
g2 = NeighborhoodGraph[g, v2];
```

```
g3 = NeighborhoodGraph[g, v3];
```

```
g4 = GraphUnion[g1, g2];
```

```
g5 = GraphUnion[g4, g3];
```

```
g6 = HighlightGraph[g, g5]; g6]
```

реализует нахождение объединения окрестностей выбранных вершин. Пользователь задает номера трех вершин, после чего система автоматически вычисляет множество вершин, входящих в объединение их окрестностей и визуализирует результат. Это позволяет наглядно продемонстрировать работу с множествами и их операциями в контексте теории графов.

Для организации интерактивного взаимодействия используется конструкция Manipulate в сочетании с механизмом Dynamic, что обеспечивает обновление графа в реальном времени при изменении параметров. В основе визуализации лежит встроенная функция NeighborhoodGraph, которая отвечает за построение окрестностей

выбранных вершин. Благодаря этому студенты могут самостоятельно выбирать вершины, изменять параметры генерации графа и сразу наблюдать результат на экране.

```
Manipulate[Module[{style}, style = {VertexSize -> 0.2, ImagePadding -> 10, ImageSize -> {150, 150}};
```

```
Grid[{{Dynamic[HighlightGraph[g, MapThread[Style[NeighborhoodGraph[g, #1], #2] &, {{v1, v2, v3}, {Blue, Red, Green}}]}], g6 }], {{g, RG[12, 28, False]}, None}, {{n, 10, "количество вершин графа n"}, 5, 20, 1, Appearance -> "Labeled"}, Control[{{m, 9, "количество ребер графа m"}, n-1, n (n - 1)/2, 1, Appearance -> "Labeled"}], {digraph, {True, False}}, Button["новый граф", g = RG[n, m, digraph]], {{v1, 0, "V1"}, 0, 12, 1, SetterBar}, {{v2, 0, "V2"}, 0, 12, 1, SetterBar}, {{v3, 0, "V3"}, 0, 12, 1, SetterBar}, Button["объединение"], g6 = UNG[v1, v2, v3, g]], AutorunSequencing -> {3}, SaveDefinitions -> True].
```

Такое программное решение позволяет соединить строгость математических определений с удобством практического исследования. При необходимости можно внести минимальные изменения в программный код, чтобы расширить функционал: например, реализовать поиск пересечения окрестностей выбранных вершин или добавить возможность анализа большего числа вершин одновременно. Такая гибкость делает модуль универсальным инструментом, который может быть использован не только для демонстрации базовых понятий теории графов, но и для решения более сложных исследовательских и практических задач.

Эти исследования подчеркивают значимость сочетания теории графов и современных вычислительных технологий, таких как Mathematica, для решения сложных задач оптимизации, управления ресурсами и построения эффективных сетей. Настоящая работа может служить основой для дальнейших исследований и развития практических приложений графов в различных областях науки и техники.

Список цитированных источников

1. Лекции по теории графов / В. А. Емеличев, О. И. Мельников, В. И. Сарванов [и др.] // М. : Наука, 1990. – 390 с.
2. Wolfram Demonstrations Project. – URL: <https://demonstrations.wolfram.com> (date of access: 08.02.2026).
3. Чичурин, А. В. Компьютерное моделирование двух моделей хемостата для одного питательного ресурса / А. В. Чичурин, Е. Н. Швычкина // Вестник Брестского государственного технического университета. Серия: Физика, математика, информатика. – 2013. – № 5 (83). – С. 9–14.
4. Chichurin, A. V. Computer simulation of two chemostat models for one nutrient / A. V. Chichurin, H. N. Shvychkina // *Mathematical Biosciences*. – 2016. – Vol. 278. – P. 30–36.
5. Chichurin, A. Finding the solutions with the infinite limit properties for the third order normal system of differential equations using the Mathematica system / A. Chichurin, H. Shvychkina // 7th International Symposium on Classical and Celestial Mechanics : book of abstracts of int. conf. CCMECH'2011, Siedlce, 23–28 Oct. 2011 / Dorodnitsyn Computing Centre of RAS ; ed.: V. V. Rumiantsev [at al.]. – Siedlce, 2011. – P. 23–24.
6. Махнист, Л. П. Применение систем компьютерной алгебры при решении модели стохастической гидрологии / Л. П. Махнист, Е. Н. Защук, И. И. Гладкий // Математические и физические методы исследований: научный и методический аспекты : сб. материалов Респ. науч.-практ. конф., Брест, 22–23 апр. 2021 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. Н. Н. Сендера. – Брест, 2021. – С. 96–98.
7. Махнист, Л. П. Использование систем компьютерной алгебры в задаче гидрологического моделирования / Л. П. Махнист, Е. Н. Защук, И. И. Гладкий // Вычислительные методы, модели и образовательные технологии : сб. материалов Междунар. науч.-практ. конф., Брест, 22 окт. 2021 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. Д. В. Грицука. – Брест, 2021. – С. 54–56.
8. Махнист, Л. П. К решению задачи гидрологии с использованием систем компьютерной алгебры / Л. П. Махнист, Е. Н. Защук, И. И. Гладкий // Математическое моделирование и новые образовательные технологии в математике : сб. материалов Респ. науч.-практ. конф., Брест, 28–29 апр. 2022 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. А. И. Басика. – Брест, 2022. – С. 17–18.
9. Махнист, Л. П. Об одном подходе к решению модели гидрологии с помощью систем компьютерной алгебры / Л. П. Махнист, Е. Н. Защук, И. И. Гладкий // Математическое моделирование и новые образовательные технологии в математике : сб. тез. докл. Респ. науч.-практ. конф., Брест, 28–29 апр. 2022 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. Н. Н. Сендера. – Брест, 2022. – С. 24.
10. Чичурин, А. В. Применение системы Mathematica при решении дифференциальных уравнений и в задачах математического моделирования : курс лекций для студентов специальности 1-31 03 01 «Математика (по направлениям)» : в 3 ч. / А. В. Чичурин, Е. Н. Швычкина. – Брест : Белорус. гос. ун-т, 2016. – Ч. 1. – 62 с.
11. Чичурин, А. В. Применение системы Mathematica при решении дифференциальных уравнений и в задачах математического моделирования : курс лекций для студентов специальности 1-31 03 01 «Математика (по направлениям)» : в 3 ч. / А. В. Чичурин, Е. Н. Швычкина. – Брест : Белорус. гос. ун-т, 2017. – Ч. 2. – 60 с.
12. Чичурин, А. В. Применение системы Mathematica при решении дифференциальных уравнений и в задачах математического моделирования : курс лекций для студентов специальности 1-31 03 01 «Математика (по направлениям)» : в 3 ч. / А. В. Чичурин, Е. Н. Швычкина. – Брест : Белорус. гос. ун-т, 2017. – Ч. 3. – 68 с.
13. Жук, А. И. Обобщенные решения систем автономных дифференциальных уравнений / А. И. Жук, Е. Н. Защук, Т. И. Каримова // Инновационные технологии обучения физико-математическим и профессионально-техническим дисциплинам : сб. науч. тр. / Мозырь. гос. пед. ун-т им. И. П. Шамякина ; редкол.: В. В. Давыдовская [и др.]. – Мозырь, 2025. – С. 229–233.
14. Швычкина, Е. Н. Использование СКА Mathematica при математической подготовке студентов в техническом университете / Е. Н. Швычкина // Математическое моделирование и новые образовательные технологии в математике 2015 : сб. ст. докл. респ. науч.-практ. конф., Брест, 23–24 апр. 2015 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. А. В. Чичурина. – Брест, 2015. – С. 110–113.
15. Швычкина, Е. Н. Использование математического пакета в лекции «Знакопереключающиеся ряды» / Е. Н. Швычкина, Е. Н. Рубанова // Вычислительные методы, модели и образовательные технологии : сб. материалов Междунар. науч.-практ. конф., Брест, 21 окт. 2016 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. О. В. Матысика. – Брест, 2016. – С. 148–149.
16. Защук, Е. Н. Использование математического пакета в лекции «Ряды Фурье» / Е. Н. Защук, А. И. Жук // Вычислительные методы, модели и образовательные технологии : сб. материалов IX респ. науч.-практ. конф., Брест, 22 окт. 2020 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. А. А. Козинского. – Брест, 2020. – С. 66–67.
17. Защук, Е. Н. Компьютерная визуализация тел вращения на лекциях для студентов технических специальностей / Е. Н. Защук, А. И. Жук // Математические и физические методы исследований: научный и методический аспекты : сб. материалов Респ. науч.-практ. конф., Брест, 22–23 апр. 2021 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. Н. Н. Сендера. – Брест, 2021. – С. 38–39.
18. Защук, Е. Н. Моделирование «Полярной розы» в системах компьютерной алгебры / Е. Н. Защук, А. И. Жук // Современные проблемы математики и вычислительной техники : сб. материалов XII Респ. науч. конф. молодых ученых и студентов, Брест, 18–19 нояб. 2021 г. / Брест. гос. техн. ун-т ; редкол.: В. А. Головки (гл. ред.) [и др.]. – Брест, 2021. – С. 69–70.
19. Защук, Е. Н. Компьютерная визуализация трехмерных систем координат в чтении лекций по дисциплине «Математика» / Е. Н. Защук, А. И. Жук // Математическое моделирование и новые образовательные технологии в математике : сб. материалов Респ. науч.-практ. конф., Брест, 28–29 апр. 2022 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. А. И. Басика. – Брест, 2022. – С. 56–57.
20. Защук, Е. Н. Использование методов компьютерной алгебры в лекциях «Предел числовой последовательности и функции» / Е. Н. Защук, А. И. Жук, Л. П. Махнист // Вестник Брестского государственного технического университета. – 2023. – № 1 (130). – С. 125–128.
21. Защук, Е. Н. Вычислительная визуализация определения эллипса / Е. Н. Защук, А. И. Жук // Вычислительные методы, модели и образовательные технологии : сб. материалов Респ. науч.-практ. конф., Брест, 20 окт. 2023 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. Д. В. Грицука. – Брест, 2023. – С. 45–46.
22. Защук, Е. Н. Вычислительная визуализация определений кривых второго порядка / Е. Н. Защук, А. И. Жук // Математическое моделирование и новые образовательные технологии в математике : сб. материалов Междунар. науч.-практ. конф., Брест, 25–27 апр. 2024 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. А. И. Басика. – Брест, 2024. – С. 145–148.
23. Использование символьного пакета Mathematica для решения задач с применением теории графов / А. И. Жук, Е. Н. Защук, Л. А. Ярмолик, В. А. Шеина // Инновационные технологии обучения физико-математическим и профессионально-техническим дисциплинам : сб. науч. тр. / Мозырь. гос. пед. ун-т им. И. П. Шамякина ; редкол.: В. В. Давыдовская [и др.]. – Мозырь, 2025. – С. 233–235.
24. Особенности изучения теории графов в системе Wolfram Mathematica / А. И. Жук, Е. Н. Защук, Л. А. Ярмолик, В. А. Шеина // Математическое моделирование и новые образовательные технологии в математике : сб. материалов междунар. науч.-практ. конф., Брест, 24–25 апр. 2025 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. А. И. Басика. – Брест, 2025. – С. 211–214.

25. Компьютерное моделирование оптимизации городской водопроводной сети с использованием теории графов *Mathematica* / А. И. Жук, Е. Н. Защук, Л. А. Ярмолик, В. А. Шеина // Физика и астрономия: фундаментальные, прикладные и дидактические исследования : сб. материалов Респ. науч.-практ. конф., посвящ. памяти В. С. Секержицкого, Брест, 9 сент. 2025 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. А. В. Демидчика. – Брест, 2025. – С. 21–24.
26. Моделирование задач теории графов с использованием систем компьютерной алгебры / А. И. Жук, Е. Н. Защук, Л. А. Ярмолик, В. А. Шеина // Вестник Брестского государственного технического университета. – 2025. – № 2 (137). – С. 171–177.
27. Внедрение инновационных подходов при изучении дисциплины «Теория графов» с использованием систем компьютерной алгебры / А. И. Жук, Е. Н. Защук, Л. А. Ярмолик, В. А. Шеина // Вестник Брестского государственного технического университета. Серия 3. Филология. Педагогика. Психология. – 2025. – № 2. – С. 66–73.
28. Инновационные технологии в преподавании теории графов с применением систем компьютерной алгебры / А. И. Жук, Е. Н. Защук, Л. А. Ярмолик, В. А. Шеина // Вычислительные методы, модели и образовательные технологии : сб. материалов XIV Респ. науч.-практ. конф., Брест, 28 окт. 2025 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. О. В. Матысика. – Брест, 2025. – С. 211–214.
29. Методика преподавания теории графов с использованием систем компьютерной алгебры / А. И. Жук, Е. Н. Защук, Л. А. Ярмолик, В. А. Шеина // Непрерывное образование в области естественных наук и математики: организация, методология, технологии : сб. материалов VI науч.-практ. конф. с междунар. участием 26–27 июня 2025 г. / Гомел. обл. ин-т развития образования ; редкол.: О. А. Блажко (отв. ред.) [и др.]. – Гомель, 2025. – С. 210–216.
30. Методика преподавания дисциплины «Теория графов» с использованием SKA *Mathematica* / А. И. Жук, Е. Н. Защук, Л. А. Ярмолик, В. А. Шеина // Восьмые Богдановские чтения. Дифференциальные уравнения : материалы Междунар. науч. конф., Минск, 2–5 дек. 2025 г. / Беларус. гос. ун-т, Ин-т математики НАН Беларуси ; сост.: С. Г. Красовский, А. А. Леваков, А. В. Филипов. – Минск, 2025. – С. 236–239.
8. Mahnist, L. P. K resheniyu zadachi gidrologii s ispol'zovaniem sistem komp'yuternoj algebry / L. P. Mahnist, E. N. Zashchuk, I. I. Gladkij // Matematicheskoe modelirovanie i novye obrazovatel'nye tekhnologii v matematike : sb. materialov Resp. nauch.-prakt. konf., Brest, 28–29 apr. 2022 g. / Brest. gos. un-t im. A. S. Pushkina ; pod obshch. red. A. I. Basika. – Brest, 2022. – S. 17–18.
9. Mahnist, L. P. Ob odnom podhode k resheniyu modeli gidrologii s pomoshch'yu sistem komp'yuternoj algebry / L. P. Mahnist, E. N. Zashchuk, I. I. Gladkij // Matematicheskoe modelirovanie i novye obrazovatel'nye tekhnologii v matematike : sb. tez. dokl. Resp. nauch.-prakt. konf., Brest, 28–29 apr. 2022 g. / Brest. gos. un-t im. A. S. Pushkina ; pod obshch. red. N. N. Sendera. – Brest, 2022. – S. 24.
10. Chichurin, A. V. Primenenie sistemy *Mathematica* pri reshenii differencial'nyh uravnenij i v zadachah matematicheskogo modelirovaniya : kurs lekcij dlya studentov special'nosti 1-31 03 01 «Matematika (po napravleniyam)» : v 3 ch. / A. V. Chichurin, E. N. SHvychkina. – Brest : Belorus. gos. un-t, 2016. – CH. 1. – 62 s.
11. Chichurin, A. V. Primenenie sistemy *Mathematica* pri reshenii differencial'nyh uravnenij i v zadachah matematicheskogo modelirovaniya : kurs lekcij dlya studentov special'nosti 1-31 03 01 «Matematika (po napravleniyam)» : v 3 ch. / A. V. Chichurin, E. N. SHvychkina. – Brest : Belorus. gos. un-t, 2017. – CH. 2. – 60 s.
12. Chichurin, A. V. Primenenie sistemy *Mathematica* pri reshenii differencial'nyh uravnenij i v zadachah matematicheskogo modelirovaniya : kurs lekcij dlya studentov special'nosti 1-31 03 01 «Matematika (po napravleniyam)» : v 3 ch. / A. V. Chichurin, E. N. SHvychkina. – Brest : Belorus. gos. un-t, 2017. – CH. 3. – 68 s.
13. ZHuk, A. I. Obobshchennye resheniya sistem avtonomnyh differencial'nyh uravnenij / A. I. ZHuk, E. N. Zashchuk, T. I. Karimova // Innovacionnye tekhnologii obucheniya fiziko-matematicheskim i professional'no-tekhnicheskim disciplinam : sb. nauch. tr. / Mozyr. gos. ped. un-t im. I. P. SHamyakina ; redkol.: V. V. Davydovskaya [i dr.]. – Mozyr', 2025. – S. 229–233.
14. SHvychkina, E. N. Ispol'zovanie SKA *Mathematica* pri matematicheskoy podgotovke studentov v tekhnicheskoy universitete / E. N. SHvychkina // Matematicheskoe modelirovanie i novye obrazovatel'nye tekhnologii v matematike 2015 : sb. st. dokl. resp. nauch.-prakt. konf., Brest, 23–24 apr. 2015 g. / Brest. gos. un-t im. A. S. Pushkina ; pod obshch. red. A. V. Chichurina. – Brest, 2015. – S. 110–113.
15. SHvychkina, E. N. Ispol'zovanie matematicheskogo paketa v lekciy «Znakocheduyushchiesya ryady» / E. N. SHvychkina, E. N. Rubanova // Vychislitel'nye metody, modeli i obrazovatel'nye tekhnologii : sb. materialov Mezhdunar. nauch.-prakt. konf., Brest, 21 okt. 2016 g. / Brest. gos. un-t im. A. S. Pushkina ; pod obshch. red. O. V. Matusytska. – Brest, 2016. – S. 148–149.
16. Zashchuk, E. N. Ispol'zovanie matematicheskogo paketa v lekciy «Ryady Fur'e» / E. N. Zashchuk, A. I. ZHuk // Vychislitel'nye metody, modeli i obrazovatel'nye tekhnologii : sb. materialov IX resp. nauch.-prakt. konf., Brest, 22 okt. 2020 g. / Brest. gos. un-t im. A. S. Pushkina ; pod obshch. red. A. A. Kozinskogo. – Brest, 2020. – S. 66–67.
17. Zashchuk, E. N. Komp'yuternaya vizualizatsiya tel vrashcheniya na lekciyah dlya studentov tekhnicheskikh special'nostej / E. N. Zashchuk, A. I. ZHuk // Matematicheskie i fizicheskie metody issledovaniy: nauchnyj i metodicheskij aspekty : sb. materialov Resp. nauch.-prakt. konf., Brest, 22–23 apr. 2021 g. / Brest. gos. un-t im. A. S. Pushkina ; pod obshch. red. N. N. Sendera. – Brest, 2021. – S. 38–39.
18. Zashchuk, E. N. Modelirovanie «Polyarnoj rozy» v sistemah komp'yuternoj algebry / E. N. Zashchuk, A. I. ZHuk // Sovremennye problemy matematiki i vychislitel'noj tekhniki : sb. materialov XII Resp. nauch. konf. molodyh uchenyh i studentov, Brest, 18–19 noyab. 2021 g. / Brest. gos. tekhn. un-t ; redkol.: V. A. Golovko (gl. red.) [i dr.]. – Brest, 2021. – S. 69–70.
19. Zashchuk, E. N. Komp'yuternaya vizualizatsiya trekhmernyh sistem koordinat v chtenii lekciy po discipline «Matematika» / E. N. Zashchuk, A. I. ZHuk // Matematicheskoe modelirovanie i novye obrazovatel'nye tekhnologii v matematike : sb. materialov Resp. nauch.-prakt. konf., Brest, 28–29 apr. 2022 g. / Brest. gos. un-t im. A. S. Pushkina ; pod obshch. red. A. I. Basika. – Brest, 2022. – S. 56–57.

References

1. Lekcii po teorii grafov / V. A. Emelichev, O. I. Mel'nikov, V. I. Sarvanov [i dr.] // M. : Nauka, 1990. – 390 s.
2. Wolfram Demonstrations Project. – URL: <https://demonstrations.wolfram.com> (date of access: 08.02.2026).
3. Chichurin, A. V. Komp'yuternoe modelirovanie dvuh modelej hemostata dlya odnogo pitatel'nogo resursa / A. V. Chichurin, E. N. SHvychkina // Vestnik Brestskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Fizika, matematika, informatika. – 2013. – № 5 (83). – S. 9–14.
4. Chichurin, A. V. Computer simulation of two chemostat models for one nutrient / A. V. Chichurin, H. N. Shvychkina // *Mathematical Biosciences*. – 2016. – Vol. 278. – P. 30–36.
5. Chichurin, A. Finding the solutions with the infinite limit properties for the third order normal system of differential equations using the *Mathematica* system / A. Chichurin, H. Shvychkina // 7th International Symposium on Classical and Celestial Mechanics : book of abstracts of int. conf. CCMECH'2011, Siedlce, 23–28 Oct. 2011 / Dorodnitsyn Computing Centre of RAS ; ed.: V. V. Rumiantsev [at al.]. – Siedlce, 2011. – P. 23–24.
6. Mahnist, L. P. Primenenie sistem komp'yuternoj algebry pri reshenii modeli stohasticheskoy gidrologii / L. P. Mahnist, E. N. Zashchuk, I. I. Gladkij // Matematicheskie i fizicheskie metody issledovaniy: nauchnyj i metodicheskij aspekty : sb. materialov Resp. nauch.-prakt. konf., Brest, 22–23 apr. 2021 g. / Brest. gos. un-t im. A. S. Pushkina ; pod obshch. red. N. N. Sendera. – Brest, 2021. – S. 96–98.
7. Mahnist, L. P. Ispol'zovanie sistem komp'yuternoj algebry v zadache gidrologicheskogo modelirovaniya / L. P. Mahnist, E. N. Zashchuk, I. I. Gladkij // Vychislitel'nye metody, modeli i obrazovatel'nye tekhnologii : sb. materialov Mezhdunar. nauch.-prakt. konf., Brest, 22 okt. 2021 g. / Brest. gos. un-t im. A. S. Pushkina ; pod obshch. red. D. V. Gricuka. – Brest, 2021. – S. 54–56.

20. Zashchuk, E. N. Ispol'zovanie metodov komp'yuternoj algebry v lekciyah «Predel chislovoj posledovatel'nosti i funkcii» / E. N. Zashchuk, A. I. ZHuk, L. P. Mahnist // Vestnik Brestskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. – 2023. – № 1 (130). – S. 125–128.
21. Zashchuk, E. N. Vychislitel'naya vizualizaciya opredeleniya ellipsa / E. N. Zashchuk, A. I. ZHuk // Vychislitel'nye metody, modeli i obrazovatel'nye tekhnologii : sb. materialov Resp. nauch.-prakt. konf., Brest, 20 okt. 2023 g. / Brest. gos. un-t im. A. S. Pushkina ; pod obshch. red. D. V. Gricuka. – Brest, 2023. – S. 45–46.
22. Zashchuk, E. N. Vychislitel'naya vizualizaciya opredelenij krivyh vtorogo poryadka / E. N. Zashchuk, A. I. ZHuk // Matematicheskoe modelirovanie i novye obrazovatel'nye tekhnologii v matematike : sb. materialov Mezhdunar. nauch.-prakt. konf., Brest, 25–27 apr. 2024 g. / Brest. gos. un-t im. A. S. Pushkina ; pod obshch. red. A. I. Basika. – Brest, 2024. – S. 145–148.
23. Ispol'zovanie simvol'nogo paketa Mathematica dlya resheniya zadach s primeneniem teorii grafov / A. I. ZHuk, E. N. Zashchuk, L. A. YArmolik, V. A. SHeina // Innovacionnye tekhnologii obucheniya fiziko-matematicheskimi i professional'no-tekhnicheskimi disciplinami : sb. nauch. tr. / Mozyr. gos. ped. un-t im. I. P. SHamyakina ; redkol.: V. V. Davydovskaya [i dr.]. – Mozyr', 2025. – S. 233–235.
24. Osobennosti izucheniya teorii grafov v sisteme Wolfram Mathematica / A. I. ZHuk, E. N. Zashchuk, L. A. YArmolik, V. A. SHeina // Matematicheskoe modelirovanie i novye obrazovatel'nye tekhnologii v matematike : sb. materialov mezhdunar. nauch.-prakt. konf., Brest, 24–25 apr. 2025 g. / Brest. gos. un-t im. A. S. Pushkina ; pod obshch. red. A. I. Basika. – Brest, 2025. – S. 211–214.
25. Komp'yuternoe modelirovanie optimizacii gorodskoj vodoprovodnoj seti s ispol'zovaniem teorii grafov Mathematica / A. I. ZHuk, E. N. Zashchuk, L. A. YArmolik, V. A. SHeina // Fizika i astronomiya: fundamental'nye, prikladnye i didakticheskie issledovaniya : sb. materialov Resp. nauch.-prakt. konf., posvyashch. pamyati V. S. Sekerzhickogo, Brest, 9 sent. 2025 g. / Brest. gos. un-t im. A. S. Pushkina ; pod obshch. red. A. V. Demidchika. – Brest, 2025. – S. 21–24.
26. Modelirovanie zadach teorii grafov s ispol'zovaniem sistem komp'yuternoj algebry / A. I. ZHuk, E. N. Zashchuk, L. A. YArmolik, V. A. SHeina // Vestnik Brestskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. – 2025. – № 2 (137). – S. 171–177.
27. Vnedrenie innovacionnyh podhodov pri izuchenii discipliny «Teoriya grafov» s ispol'zovaniem sistem komp'yuternoj algebry / A. I. ZHuk, E. N. Zashchuk, L. A. YArmolik, V. A. SHeina // Vestnik Brestskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya 3. Filalogiya. Pedagogika. Psihologiya. – 2025. – № 2. – S. 66–73.
28. Innovacionnye tekhnologii v prepodavanii teorii grafov s primeneniem sistem komp'yuternoj algebry / A. I. ZHuk, E. N. Zashchuk, L. A. YArmolik, V. A. SHeina // Vychislitel'nye metody, modeli i obrazovatel'nye tekhnologii : sb. materialov XIV Resp. nauch.-prakt. konf., Brest, 28 okt. 2025 g. / Brest. gos. un-t im. A. S. Pushkina ; pod obshch. red. O. V. Matsyika. – Brest, 2025. – S. 211–214.
29. Metodika prepodavaniya teorii grafov s ispol'zovaniem sistem komp'yuternoj algebry / A. I. ZHuk, E. N. Zashchuk, L. A. YArmolik, V. A. SHeina // Nепreryvnoe obrazovanie v oblasti estestvennyh nauk i matematiki: organizaciya, metodologiya, tekhnologii : sb. materialov VI nauch.-prakt. konf. s mezhdunar. uchastiem 26–27 iyunya 2025 g. / Gomel. obl. in-t razvitiya obrazovaniya ; redkol.: O. A. Blazhko (otv. red.) [i dr.]. – Gomel', 2025. – S. 210–216.
30. Metodika prepodavaniya discipliny «Teoriya grafov» s ispol'zovaniem SKA Mathematica / A. I. ZHuk, E. N. Zashchuk, L. A. YArmolik, V. A. SHeina // Vos'mye Bogdanovskie chteniya. Differencial'nye uravneniya : materialy Mezhdunar. nauch. konf., Minsk, 2–5 dek. 2025 g. / Belarus. gos. un-t, In-t matematiki NAN Belarusi ; sost.: S. G. Krasovskij, A. A. Levakov, A. V. Filipcov. – Minsk, 2025. – S. 236–239.

Материал поступил 23.02.2026, одобрен 01.03.2026, принят к публикации 02.03.2026