УДК 681.5+621.52+004.896

# ПРИМЕНИМОСТЬ ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ ТРЕХФАЗНОГО АСИНХРОННОГО ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ ДЛЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ МЕХАТРОННЫХ МОДУЛЕЙ

О. Н. Прокопеня<sup>1</sup>, А. В. Францевич<sup>2</sup>, И. В. Угляница<sup>3</sup>

1 К. т. н., доцент, заведующий кафедрой автоматизации технологических процессов и производств УО «Брестский государственный технический университет», Брест, Беларусь, e-mail: olegprokopenya@mail.ru

<sup>2</sup> Магистр, аспирант кафедры автоматизации технологических процессов и производств УО «Брестский государственный технический университет», Брест, Беларусь, e-mail: alex.favg@gmail.com

<sup>3</sup> Ассистент кафедры автоматизации технологических процессов и производств УО «Брестский государственный технический университет», Брест, Беларусь, e-mail: Uglyanitsa.ira@mail.ru

# Реферат

В настоящее время регулируемые приводы на основе трехфазных асинхронных электродвигателей широко применяются в различных отраслях. Предпринимаются попытки их использования в составе мехатронных модулей. В этом случае является актуальной проблема оптимизации параметров с целью обеспечения минимальных потерь энергии при заданных динамических характеристиках. Данная задача чаще всего решается на основе линейных моделей объектов. При определенных условиях привод на основе трехфазного асинхронного электродвигателя может описываться линейными уравнениями. При этом возникает необходимость оценки допустимости линеаризации математической модели и выявления условий, при которых это допустимо. Кроме того, необходимо оценить последствия невыполнения данных условий при работе привода, спроектированного с использованием линейной модели.

В данной статье представлена исходная математическая модель привода, полученная на основе реальной (нелинейной) механической характеристики трехфазного асинхронного электродвигателя, а также модель, построенная на основе линеаризованной механической характеристики. Модели реализованы в приложении Simulink среды программирования MATLAB и позволяют выполнять анализ динамики привода с вычислением потерь энергии. Объединенная математическая модель позволяет строить в одном окне осциплографа характеристики, получаемые с помощью двух моделей, что удобно для их сравнения.

В результате анализа работы привода с помощью исходной и линейной моделей установлено, что обе модели дают одинаковый результат, когда скорость изменения задающего сигнала на входе не превышает определенной величины. В противном случае имеет место расхождение как в переходных характеристиках, так и в результатах вычисления потерь энергии. В частности, при ступенчатой подаче сигнала линейная модель занижает величину потерь в 1,5 раза и увеличивает скорость нарастания выходной переменной, делая переходной процесс более коротким. Указанные результаты имеют место как в приводе с регулируемой скоростью, так и в приводе с регулируемым углом поворота. Для конкретного привода количественные показатели могут быть определены с помощью предложенной модели. С помощью исходной модели подтверждена возможность возникновения автоколебаний в позиционном приводе при действии нагрузки, что не выявляет линейная модель.

Ключевые слова: регулируемый привод, трехфазный асинхронный электродвигатель, линейная математическая модель.

# APPLICABILITY OF THREE-PHASE INDUCTION MOTOR LINEAR MODEL FOR MECHATRONIC MODULE DESIGN

# O. N. Prokopenya, A. V. Francevich, I. V. Uhlianitsa

# Abstract

Currently, adjustable drives based on three-phase asynchronous motors are widely used in various industries. Attempts are being made to use them as part of mechatronic modules. In this case, the problem of optimizing parameters in order to ensure minimum energy losses at given dynamic characteristics is urgent. This problem is most often solved on the basis of linear object models. Under certain conditions, a three-phase induction motor drive may be described by linear equations. In this case, it becomes necessary to assess the admissibility of linearization of the mathematical model and identify the conditions under which this is permissible. In addition, it is necessary to assess the consequences of not fulfilling these conditions when operating a drive designed using a linear model.

This article presents the initial mathematical model of the drive, obtained on the basis of the real (non-linear) mechanical characteristic of a three-phase asynchronous electric motor, as well as a model built on the basis of a linearized mechanical characteristic. The models are implemented in the Simulink application of the MATLAB programming environment and allow you to analyze the dynamics of the drive with the calculation of energy losses. The combined mathematical model allows you to build characteristics obtained using two models in one oscilloscope window, which is convenient for their comparison.

As a result of the analysis of the drive operation using the initial and linear models, it was found that both models give the same result when the speed of change of the driving signal at the input does not exceed a certain value. Otherwise, there is a discrepancy, both in the transient characteristics and in the results of calculating the energy loss. In particular, with a stepped signal, the linear model underestimates the loss by 1.5 times and increases the rate of increase of the output variable, making the transient shorter. These results occur in both the variable speed drive and the variable angle drive. For a specific drive, quantitative indicators can be determined using the proposed model. The initial model confirmed the possibility of self-oscillations in the position drive under load, which does not reveal the linear model.

Keywords: adjustable drive, three-phase induction motor, linear mathematical model.

# Введение

В настоящее время асинхронные электродвигатели весьма широко применяются в регулируемых электроприводах с частотным регулированием скорости [1], и существуют предпосылки для их использования в составе мехатронных модулей. Последние фактически являются регулируемыми приводами, к которым предъявляются весьма высокие требования по качеству регулирования, динамическим характеристикам и энергоэффективности [2–12].

Ранее авторами была решена задача оптимизации привода постоянного тока [13–15], а также управляющей части мехатронного модуля на основе трехфазного асинхронного электродвигателя [16]. Во всех случаях оптимизация осуществлялась с использованием линейной модели объекта и квадратичного критерия, известная как задача аналитического конструирования регулятора [17]. Линейная модель привода на основе трехфазного асинхронного электродвигателя получена, исходя из предположения, что работа двигателя

осуществляется на рабочем участке механической характеристики (скольжение не превышает критического), который близок к линейному. Это допустимо, если в процессе работы момент двигателя не превышает примерно двух номинальных значений (для большинства двигателей) и рабочая точка не выходит за пределы указанного участка. Данное условие может быть выполнено, если сигнал, задающий частоту вращения, изменяется с ограниченной скоростью, так что по мере перемещения линейного участка механической характеристики из нижнего положения в верхнее двигатель успевает разгоняться и скольжение не превышает критического. Выполнение данного условия обязательно должно контролироваться при моделировании работы привода.

Пуск двигателя под нагрузкой требует повышенного момента, что увеличивает вероятность невыполнения указанного условия. Очевидно, что повышение момента потребует снижения скорости изменения задающего сигнала. Указанные особенности работы привода требуют дополнительного исследования с помощью моделирования. В целом погрешность от линеаризации модели также требует оценки и анализа зависимости от различных факторов.

Отдельными авторами освещалась проблема физической реализуемости моделей приводов на основе трехфазных асинхронных электродвигателей [18], но в целом проблема остается нерешенной.

#### Постановка задачи

Математическая модель привода, основанная на линеаризованной механической характеристике трехфазного асинхронного электродвигателя, приведена в [16]. Для оценки влияния линеаризации на точность модели необходимо построить аналогичную модель, основанную на реальной (нелинейной) механической характеристике двигателя. Дополнительно при разработке модели следует учесть такие факторы, как возможность определения потерь энергии, изменения момента и скорости в процессе разгона. Сравнение результатов работы двух моделей позволит определить условия, при которых линейная модель обеспечивает приемлемую точность и может использоваться при проектировании приводов.

# Построение уточненной математической модели

Исходные уравнения, описывающие динамику привода, такие же, как и для линейной модели

$$\overset{\bullet}{\alpha} = k_{p}\omega; \tag{1}$$

$$J_{\Pi P} \cdot \overset{\bullet}{\omega} = M - M_{C}, \tag{2}$$

где  $\alpha$  — угол поворота выходного звена;

 $\omega$  – угловая скорость ротора двигателя;

 $k_P$  – коэффициент передачи редуктора;

JпР – приведенный к валу двигателя момент инерции привода;

M – момент, развиваемый двигателем;

 $M_{\rm C}$  – момент сопротивления (нагрузки), приведенный к валу дви-

Предполагается, что инвертор, управляющий двигателем, не обладает инерционностью, т. е. является пропорциональным звеном.

Момент асинхронного электродвигателя [19-20]

$$M = \frac{m_1 U_1^2 R_2'}{s \omega_1 [(R + c'R_2'/s)^2 + (X + c''R_2'/s)^2]},$$
 (3)

где  $m_1$  – число фаз обмотки статора;

 $U_1$  – напряжение на обмотке статора;

 $R_{\scriptscriptstyle 2}^{\cdot}$  – приведенное к обмотке статора активное сопротивление обмотки ротора;

Скольжение ротора

$$S = (\omega_1 - \omega) / \omega_1, \tag{4}$$

где  $\omega_1$  – синхронная скорость вращения (скорость вращения магнитного поля).

Значения входящих в (3) сопротивлений

$$R = R_1 - c'' X_2'; \qquad X = X_1 + c' X_2',$$

 $X_2^{'}$  – приведенное к обмотке статора индуктивное сопротивление обмотки ротора;

 $C^{'}$ и  $C^{''}$  – постоянные коэффициенты, зависящие от сопротивления обмотки статора.

Для практических расчетов с достаточной точностью можно принимать C' = 1 и C'' = 0 [19].

Тогда (3) приводится к виду

$$M = \frac{m_1 R_2' (l_2')^2}{s\omega_1},$$
 (5)

 $(I_2)^2 = \frac{U_1^2}{(R_1 + R_2' / s)^2 + (x_1 + x_2')^2}$ (6)

модели в приложении Simulink, поскольку квадрат тока ротора используется для вычисления потерь. Зависимость момента от скольжения, построенная по (5), (6), хорошо известна как механическая характеристика асинхронного электродвигателя [19, 20]. Она является существенно нелинейной. Часть характеристики, соответствующая  $s \ll 1$ , близка к линейной. Принимая s = 0 в (5), (6) получаем

$$M = \frac{m_1 U_1^2 s}{\omega_1 R_2}$$
 (7)

В линейной модели [16] момент двигателя вычисляется по (4), (7). Внося изменения в данную модель так, чтобы вычисление момента двигателя вычислялось по (4), (5), (6), получаем уточненную модель привода, учитывающую нелинейность механической характеристики.

# Результаты моделирования и их обсуждение

Сначала рассмотрим привод на основе трехфазного асинхронного электродвигателя с угловой скоростью вала двигателя в качестве выходной переменной. В этом случае работа привода описывается уравнениями (2), (5), (6). Математическая модель такого привода, реализованная в приложении Simulink среды программирования MATLAB, приведена на рисунке 1.

Она объединена с линейной моделью (в нижней части рисунка). Угловая скорость, вычисляемая с помощью двух моделей, выводится на осциллограф Scope8. Это дает возможность сравнивать получаемые характеристики.

Кроме того, для обеих моделей предусмотрено отображение момента двигателя, тока обмотки ротора и потерь энергии в процессе пуска.

Расчет выполнялся для двигателя 4А71А2У3, паспортные данные и параметры схемы замещения для которого указаны в [21].

На рисунке 2 показана реакция привода на линейно возрастающий входной сигнал, при этом время нарастания сигнала до максимального значения составляет 0,01 с. Следует отметить, что при ступенчатой подаче сигнала характеристики практически такие же.

Из рисунка 2 следует, что при столь высокой скорости изменения задающего сигнала результаты по двум моделям существенно отличаются (левая кривая соответствует линейной модели). Линейная модель обеспечивает более быстрый рост выходной переменной, что требует момента, большего чем максимальный момент данного двигателя, т. е. рабочая точка по линейной характеристике выходит за пределы участка, совпадающего с реальной характеристикой. Искусственно уменьшаются значения таких показателей качества, как время нарастания и время регулирования. Следовательно, использование линейной модели в данном случае недопустимо, поскольку она дает неверный результат (допущение, принятое при ее разработке не выполняется).

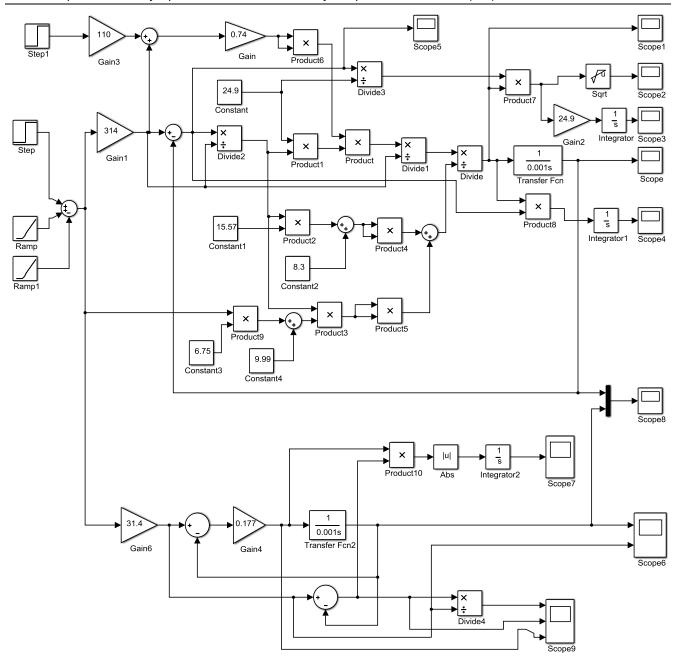


Рисунок 1 – Модель привода с регулируемой скоростью в приложении Simulink

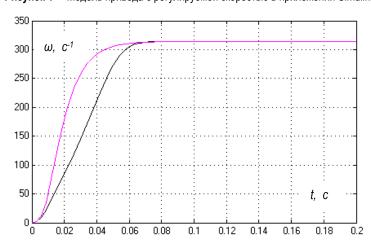


Рисунок 2 – Осциллограммы изменения угловой скорости при времени нарастания задающего сигнала 0,01 с

На рисунке 3 приведены аналогичные кривые для случая, когда время нарастания задающего сигнала увеличено до 0,1 с. В этом случае значительное расхождение между кривыми имеет место только на начальном и конечном участках изменения скорости. Это обусловлено соответствующим изменением соотношения моментов, вычисляемых по двум моделям, в процессе разгона (сначала линейная модель момент завышает, затем занижает). При этом время регулирования линейной моделью завышается на 20 %.

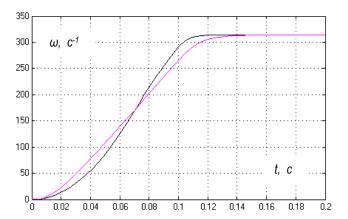


Рисунок 3 – Осциллограммы изменения угловой скорости при времени нарастания задающего сигнала 0,1 с

При увеличении времени нарастания задающего сигнала до 0,2 с расхождение между кривыми становится незначительным, как следует из рисунка 4. В этом случае выходная переменная практически достигает заданного значения за указанное время, т. е. фактически она повторяет задающий сигнал. При дальнейшем увеличении времени нарастания задающего сигнала кривые сливаются, т. е. модели дают одинаковый результат.

Если говорить о величине потерь в двигателе в процессе пуска, то в этом случае обе модели также дают практически одинаковый результат. В то же время при прямом пуске двигателя (ступенчатом приложении задающего сигнала) линейная модель занижает величину потерь примерно на 60 %. Таким образом, погрешность линейной модели возрастает по мере уменьшения времени нарастания задающего сигнала, а при ступенчатом приложении сигнала она максимальна.

Следовательно, при времени нарастания задающего сигнала 0,2 с и более, для данного двигателя возможно использование линейной модели.

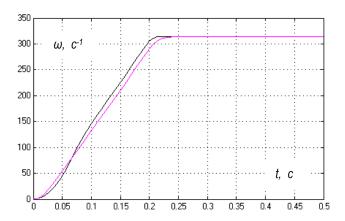


Рисунок 4 — Осциллограммы изменения угловой скорости при времени нарастания задающего сигнала 0,2 с

Отдельного исследования требует анализ применимости линейной модели позиционного привода на основе трехфазного асинхронного электродвигателя с обратными связями по всем

переменным состояния [16], в котором выходной переменной является угловое перемещение выходного вала. В нашем случае обратная связь осуществляется по скорости двигателя и углу поворота выходного вала. В таком приводе сигнал задания скорости двигателя формируется системой управления с учетом сигналов обратной связи, поэтому оценить его величину и скорость изменения заранее проблематично.

Для решения данной задачи описанные ранее изменения были внесены в линейную математическую модель, разработанную при построении мехатронного модуля с оптимальными параметрами [16]. В уточненной модели вычисление момента осуществляется по (4), (5), (6). Полученная при этом математическая модель реализована в приложении Simulink, как показано на рисунке 6. Она также объединена с соответствующей линейной моделью для возможности сравнения результатов.

На рисунке 5 приведены кривые изменения угла поворота выходного вала, получаемые с помощью двух моделей (левая кривая соответствует линейной модели), когда задающий сигнал на угол поворота 3,14 рад линейно возрастает за 0,01 с (близок к ступенчатому). Расхождение между кривыми весьма существенно. Очевидно, что линейная модель вычисляет момент двигателя с завышением, чем обусловлен более интенсивный рост угла поворота, особенно на начальном этапе. При этом занижено время нарастания и время регулирования. Следует отметить, что вычисление потерь в двигателе линейной моделью при этом занижено в 1,5 раза.

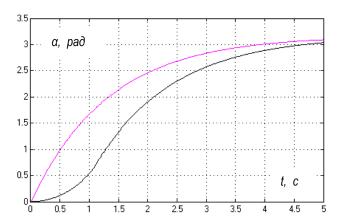


Рисунок 5 – Осциллограммы изменения угла поворота выходного вала при нарастании задающего сигнала за 0,01 с

При увеличении времени нарастания задающего сигнала расхождение между кривыми уменьшается и при значении 0,4 с кривые практически совпадают, как показано на рисунке 7. При этом вычисленные значения потерь по двум моделям также практически одинаковы.

Таким образом, использовать линейную модель можно только в случае, если линейное нарастание задающего сигнала осуществляется не менее чем за 0,4 с для рассматриваемого двигателя.

Очевидно, что на полученные результаты могут оказывать влияние такие факторы, как изменение параметров двигателя, передаточное отношение редуктора. Поэтому работу конкретного привода следует тщательно исследовать с помощью предложенных математических моделей, основанных на реальной механической характеристике используемого двигателя.

Логично предположить, что пуск двигателя под нагрузкой потребует от двигателя большего момента. Реально момент двигателя будет изменяться в соответствии с механической характеристикой, которая ограничивает его значение величиной максимального (критического) момента. В линейной модели такого ограничения нет, поэтому возрастает вероятность завышения момента, что ведет к погрешности в работе модели. Для исследования влияния нагрузки модель позиционного привода дополнена, как показано на рисунке 8.

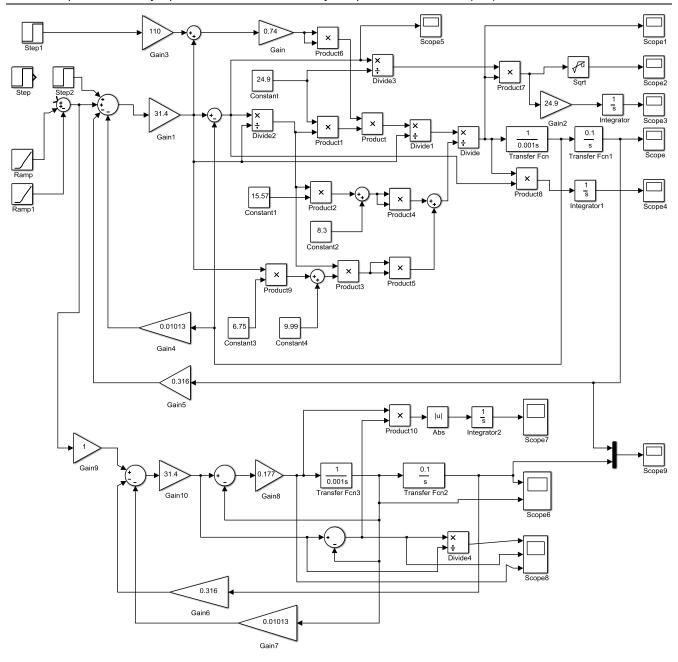


Рисунок 6 - Модель позиционного привода в приложении Simulink

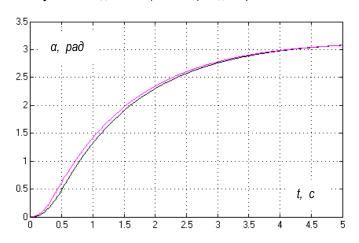


Рисунок 7 – Осциллограммы изменения угла поворота выходного вала при нарастании задающего сигнала за 0,4 с

Рисунок 8 – Модель позиционного привода в приложении Simulink, учитывающая действие момента нагрузки

На рисунке 9 приведена переходная характеристика привода, полученная при действии минимального момента сопротивления (0,01 от номинального). Как следует из приведенного рисунка, даже наличие столь небольшого момента сопротивления существенно повлияло на вид переходного процесса. Кроме того, установлено, что дальнейшее увеличение момента сопротивления приводит к появлению автоколебаний (предельных циклов). Для нелинейной системы это является вполне ожидаемым. Это фактически делает невозможным использование привода.

В то же время линейная модель демонстрирует вполне приемлемую переходную характеристику при изменении момента сопротивления в достаточно широком диапазоне. Следовательно, она некорректно описывает поведение системы при действии нагрузки.

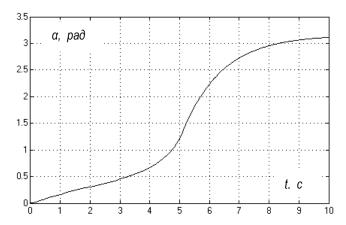


Рисунок 9 – Переходная характеристика привода при действии момента нагрузки (0,01 от номинального).

Таким образом, предложенную линейную модель нельзя использовать для анализа позиционного привода с трехфазным асинхронным электродвигателем при действии нагрузки. В целом данный вопрос требует дополнительного исследования с помощью уточненной модели с учетом не только величины, но и характера приложения нагрузки, а также других факторов.

# Заключение

В результате сравнения результатов, получаемых с помощью линейной и уточненной (нелинейной) моделей привода с трехфазным асинхронным электродвигателем, установлено, что линейная модель дает достоверный результат, если скорость изменения задающего сигнала не превышает некоторого значения. Так, для исследованных приводов с двигателем 4А71А2УЗ время линейного нарастания задающего сигнала должно быть не менее 0,2 с для привода с регулируемой скоростью и не менее 0,4 с для позиционного привода с обратными связями по скорости и углу поворота. В противном случае линейная модель дает погрешность, которая возрастает по мере уменьшения времени нарастания задающего сигнала. При ступенчатой подаче сигнала на вход погрешность максимальна. Вычисление потерь энергии линейной моделью при этом осуществляется с занижением на 50-60 %. Значительно завышается скорость изменения выходной переменной и как следствие занижается длительность переходного процесса. Таким образом, использование линейной модели при проектировании приводов, например для решения задачи оптимизации, требует последующего анализа работы привода с помощью уточненной нелинейной модели.

Установлено также, что линейная модель не позволяет выявить возможность возникновения автоколебаний в приводе, в то время как уточненная модель демонстрирует их возникновение при работе привода под нагрузкой. Это также говорит о необходимости проверки результатов, получаемых с помощью линейной модели.

# Список цитированных источников

- Фираго, Б. И. Регулируемые электроприводы переменного тока / Б. И. Фираго, Л. Б. Павлячик. – Минск : Техноперспектива, 2006. – 363 с.
- 2. Жавнер, В. Л. Мехатронные системы: учеб. пособие / В. Л. Жавнер, А. Б. Смирнов. СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2011. 131 с.
- Подураев, Ю. В. Мехатроника: основы, методы, применение: учеб. пособие для студентов вузов / Ю. В. Подураев. – 2-е изд., стер. – М.: Машиностроение, 2007. – 256 с.
- Егоров, О. Д. Конструирование мехатронных модулей: учебник / О. Д. Егоров, Ю. В. Подураев. – М.: МГТУ «СТАНКИН», 2004. – 360 с
- Проектирование мехатронного модуля с использованием асинхронного двигателя и шарико-винтовой передачи // Научные Статьи.Ру. – URL: https://nauchniestati.ru (дата обращения: 24.02.2024).
- 6. Герман-Галкин, С. Г. Модельное проектирование электромеханических мехатронных модулей движения в среде SimInTech / С. Г. Герман-Галкин, Б. А. Карташов, С. Н. Литвинов. М.: ДМК Пресс, 2021. 494 с.
- Поляков, А. Н. Проектирование мехатронных модулей станков с ЧПУ: учебное пособие / А. Н. Поляков. – Оренбург: ОГУ, 2019. – 128 с.
- Родичев, А. Ю. Проектирование мехатронных и робототехнических систем: учебное пособие / А. Ю. Родичев, Р. Н. Поляков, А. В. Горин. – Орел: ОГУ имени И.С. Тургенева, 2023. – 271 с.
- Волкова, М. А. Приводы мехатронных и робототехнических систем: методические рекомендации / М. А. Волкова. – М.: РТУ МИРЭА, 2024. – 19 с.
- Романов, А. М. Программное обеспечение мехатронных и робототехнических систем: учебно-методическое пособие / А. М. Романов, М. А. Волкова. – М.: РТУ МИРЭА, 2019. – 68 с.
- 11. Волков, А. Н. Выбор энергосберегающих законов движения мехатронных приводов технологических машин / А. Н. Волков, О. Н. Мацко, А. В. Мосалова // Научно-технические ведомости СПбПУ. Естественные и инженерные науки. 2018. № 4. С. 141–149.
- 12. Синтез оптимальных по критерию энергосбережения алгоритмов работы приводов роботов и технологических машин: учеб. пособие / А. Н. Волков, А. А. Корнилова, О. Н. Мацко, А. В. Козлович. СПб. : ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2023. 80 с.
- Оптимизация привода постоянного тока с регулируемой скоростью / О. Н. Прокопеня, Л. И. Вабищевич, А. В. Францевич [и др.] // Вестник Брестского государственного технического университета. 2023. № 2. С. 93–96.
- Супрунчук, П. Д. Оптимальный электропривод постоянного тока / П. Д. Супрунчук, О. Н. Прокопеня, О. Г. Прожижко // Новые технологии и материалы, автоматизация производства : сборник статей / Брестский государственный технический университет. – Брест : Издательство БрГТУ, 2021. – С. 20–25.
- Оптимизация позиционного привода постоянного тока / О. Н. Прокопеня, Л. И. Вабищевич, О. Г. Прожижко, А. С. Лапука // Вестник Брестского государственного технического университета. 2024. № 2. С. 79–83.
- 16. Оптимизация управляющей подсистемы мехатронного модуля на основе трехфазного асинхронного электродвигателя / О. Н. Прокопеня, А. В. Францевич, Л. И. Вабищевич, А. И. Пикула // Вестник Брестского государственного технического университета. 2025. № 1. С. 103–109.
- Солодовников, В. В. Основы теории и элементы систем автоматического регулирования / В. В. Солодовников, В. Н. Плотников, А. В. Яковлев. – М.: Машиностроение, 1985. – 536 с.
- 18. Условие физической реализуемости математических моделей асинхронных двигателей / Ю. 3. Ковалев, А. Ю. Ковалев, А. С. Солодянкин, Е. Ю. Ряхина // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2009. № 4. С. 10–18.

- Иванов-Смоленский, А. В. Электрические машины: учебник для вузов / А. В. Иванов-Смоленский. – М.: Энергия, 1980. – 928 с.
- Вольдек, А. И. Электрические машины. Машины переменного тока: учебник для вузов / А. И. Вольдек, В. В. Попов. – СПб. : Питер, 2008. – 350 с.
- Асинхронные двигатели серии 4А: справочник / А. Э. Кравчик, М. М. Шлаф, В. И. Афонин, Е. А. Соболенская. – М. : Энергоиздат, 1982. – 504 с.

# References

- Firago, B. I. Reguliruemye elektroprivody peremennogo toka / B. I. Firago, L. B. Pavlyachik. – Minsk: Tekhnoperspektiva, 2006. – 363 s
- ZHavner, V. L. Mekhatronnye sistemy: ucheb. posobie / V. L. ZHavner, A. B. Smirnov. – SPb. : Izd-vo Politekhn. un-ta, 2011. – 131 s.
- Poduraev, YU. V. Mekhatronika: osnovy, metody, primenenie: ucheb. posobie dlya studentov vuzov / YU. V. Poduraev. – 2-e izd., ster. – M.: Mashinostroenie, 2007. – 256 s.
- Egorov, O. D. Konstruirovanie mekhatronnyh modulej: uchebnik / O. D. Egorov, YU. V. Poduraev. – M.: MGTU «STANKIN», 2004. – 360 s.
- Proektirovanie mekhatronnogo modulya s ispol'zovaniem asinhronnogo dvigatelya i shariko-vintovoj peredachi // Nauchnye Stat'i.Ru. – URL: https://nauchniestati.ru (data obrashcheniya: 24.02.2024).
- German-Gálkin, S. G. Model'noe proektirovanie elektromekhanicheskih mekhatronnyh modulej dvizheniya v srede SimInTech / S. G. German-Galkin, B. A. Kartashov, S. N. Litvinov. – M.: DMK Press, 2021. – 494 s.
- Polyakov, A. N. Proektirovanie mekhatronnyh modulej stankov s CHPU: uchebnoe posobie / A. N. Polyakov. – Orenburg: OGU, 2019. – 128 s.
- Rodichev, A. YU. Proektirovanie mekhatronnyh i robototekhnicheskih sistem: uchebnoe posobie / A. YU. Rodichev, R. N. Polyakov, A. V. Gorin. – Orel: OGU imeni I.S. Turgeneva, 2023. – 271 s.
- Volkova, M. A. Privody mekhatronnyh i robototekhnicheskih sistem: metodicheskie rekomendacii / M. A. Volkova. – M.: RTU MIREA, 2024. – 19 s.
- Romanov, A. M. Programmnoe obespechenie mekhatronnyh i robototekhnicheskih sistem: uchebno-metodicheskoe posobie / A. M. Romanov, M. A. Volkova. – M.: RTU MIREA, 2019. – 68 s.
- Volkov, A. N. Vybor energosberegayushchih zakonov dvizheniya mekhatronnyh privodov tekhnologicheskih mashin / A. N. Volkov, O. N. Macko, A. V. Mosalova // Nauchno-tekhnicheskie vedomosti SPbPU. Estestvennye i inzhenernye nauki. – 2018. – № 4. – S. 141–149.

- Sintez optimal'nyh po kriteriyu energosberezheniya algoritmov raboty privodov robotov i tekhnologicheskih mashin: ucheb. posobie / A. N. Volkov, A. A. Kornilova, O. N. Macko, A. V. Kozlovich. – SPb. : POLITEKH-PRESS, 2023. – 80 s.
- Optimizaciya privoda postoyannogo toka s reguliruemoj skorost'yu / O. N. Prokopenya, L. I. Vabishchevich, A. V. Francevich [i dr.] // Vestnik Brestskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. – 2023. – № 2. – S. 93–96.
- Suprunchuk, P. D. Optimal'nyj elektroprivod postoyannogo toka / P. D. Suprunchuk, O. N. Prokopenya, O. G. Prozhizhko // Novye tekhnologii i materialy, avtomatizaciya proizvodstva : sbornik statej / Brestskij gosudarstvennyj tekhnicheskij universitet. – Brest : Izdatel'stvo BrGTU, 2021. – S. 20–25.
- Optimizaciya pozicionnogo privoda postoyannogo toka / O. N. Prokopenya, L. I. Vabishchevich, O. G. Prozhizhko, A. S. Lapuka // Vestnik Brestskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. – 2024. – № 2. – S. 79–83.
- 16. Optimizaciya upravlyayushchej podsistemy mekhatronnogo modulya na osnove trekhfaznogo asinhronnogo elektrodvigatelya / O. N. Prokopenya, A. V. Francevich, L. I. Vabishchevich, A. I. Pikula // Vestnik Brestskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. – 2025. – № 1. – S. 103–109.
- Solodovnikov, V. V. Osnovy teorii i elementy sistem avtomaticheskogo regulirovaniya / V. V. Solodovnikov, V. N. Plotnikov, A. V. YAkovlev. – M.: Mashinostroenie. 1985. – 536 c.
- Uslovie fizicheskoj realizuemosti matematicheskih modelej asinhronnyh dvigatelej / YU. Z. Kovalev, A. YU. Kovalev, A. S. Solodyankin, E. YU. Ryahina // Mezhdunarodnyj zhurnal prikladnyh i fundamental'nyh issledovanij. – 2009. – № 4. – S. 10–18.
- 19. Ivanov-Smolenskij, A. V. Elektricheskie mashiny: uchebnik dlya vuzov / A. V. Ivanov-Smolenskij. M.: Energiya, 1980. 928 s.
- Vol'dek, A. I. Elektricheskie mashiny. Mashiny peremennogo toka: uchebnik dlya vuzov / A. I. Vol'dek, V. V. Popov. – SPb.: Piter, 2008. – 350 s.
- Asinhronnye dvigateli serii 4A: spravochnik / A. E. Kravchik, M. M. SHlaf, V. I. Afonin, E. A. Sobolenskaya. – M.: Energoizdat, 1982. – 504 s.

Материал поступил 01.09.2025, одобрен 05.09.2025, принят к публикации 05.09.2025