

НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ИНТЕРВАЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ КВАНТИЛЕЙ ЭМПИРИЧЕСКИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ В ЗАДАЧЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ЗНАЧЕНИЙ СНЕГОВЫХ НАГРУЗОК

С. С. Дереченник

К. т. н., доцент, заведующий кафедрой электронных вычислительных машин и систем УО «Брестский государственный технический университет», Брест, Беларусь, e-mail: ssderechennik@gmail.com

Реферат

Установление характеристических значений климатических, в частности снеговых нагрузок, выполняется путем статистического оценивания имеющихся эмпирических данных. Известные методы оценивания, основанные на приближении правой «хвостовой» части рядов эмпирических данных разнотипными распределениями экстремальных значений, не имеют определенного уровня статистической достоверности получаемой оценки. Предложена новая методика непараметрического интервального оценивания квантили эмпирического распределения с пятиточечным выравниванием эмпирических данных, позволяющая задавать необходимый уровень достоверности результата. Эффективность методики показана на примере оценивания медианы квантили уровня 0,98 (соответствует периоду повторяемости 50 лет) при решении задачи прогнозирования характеристических значений снеговой нагрузки, в ходе которого выполнено районирование территории Республики Беларусь по снеговым нагрузкам с учетом выявленных зависимостей нагрузки от высоты местности.

Ключевые слова: эмпирическое распределение, непараметрическое оценивание квантили, статистическая достоверность, снеговая нагрузка, характеристическое значение.

NONPARAMETRIC INTERVAL ESTIMATION OF QUANTILES OF EMPIRICAL DISTRIBUTIONS IN THE PROBLEM OF PRONOSIS OF CHARACTERISTIC VALUES OF SNOW LOADS

S. S. Derechennik

Abstract

The establishment of characteristic values of climatic loads, in particular snow loads, is carried out by statistical estimation of available empirical data. Known estimation methods based on approximating the right "tail" part of empirical data series with different types of distributions of extreme values do not have a certain level of statistical confidence of the resulting estimate. A new technique for nonparametric interval estimation of quantiles of an empirical distribution with five-point alignment of empirical data is proposed, which allows one to set the required level of statistical confidence of the result. The effectiveness of the methodology is shown by the example of estimating the median quantile level of 0.98 (corresponding to a return period of 50 years) when solving the problem of predicting the characteristic values of snow load, during which the territory of the Republic of Belarus was zoned according to snow loads, taking into account the identified dependencies of the load on the terrain height.

Keywords: empirical distribution, nonparametric quantile estimation, statistical confidence, snow load, characteristic value.

Введение

Согласно действующим концепциям надежности при проектировании зданий и сооружений, нормирование климатических, в частности снеговых нагрузок, выполняется путем анализа наблюдаемых временных рядов годовых максимумов нагрузки в данной местности с целью установления так называемых характеристических значений нагрузки. В течение некоторого заданного срока эксплуатации здания или сооружения (периода повторяемости, или числа лет T), допускается однократное (в среднем) превышение фактической случайной нагрузкой этого характеристического значения. Такие значения находят статистическими методами как квантиль уровня $p = 1 / (1 - T)$ вероятностного распределения случайной величины нагрузки [1]. Обычно для этого строят некоторую эмпирическую функцию распределения как оценку (эмпирическую меру) неизвестной функции распределения генеральной совокупности по имеющейся выборке данных измерений. Качество нормирования при этом в решающей степени зависит от способа статистической обработки эмпирических данных.

Наиболее развитым подходом считается подход, основанный на асимптотической теории экстремальных значений, изложенной, например, в работе [2], согласно которой возможны три типа распределениями экстремальных значений, известные соответственно как законы Фишера-Тилпета типа I (распределение Гумбеля), типа II (распределение Фреше) и типа III (распределение Вейбулла). Данный подход предусматривает анализ соответствия имеющихся эмпирических данных одному из указанных законов (типов) распределения [3, 4].

На этой основе ранее нами была разработана непараметрическая, основанная на ранговых статистиках, методика оценивания квантили уровня $p = 0,98$ (период повторяемости $T = 50$ лет) и заключающаяся в приближении правой («хвостовой») части эмпирических рядов разнотипными распределениями экстремальных значений снеговых нагрузок. Методика явилась достаточно эффективной и позволила получить более обоснованные, по сравнению с существовавшими методами, нормативные значения нагрузки, а также выполнить районирование территории Республики Беларусь по снеговым нагрузкам и типам распределений [5, 6].

При дальнейшем практическом использовании методики были выявлены некоторые ее недостатки (несовершенства).

Во-первых, ранговые статистики принимались фактически в качестве точечных оценок квантилей в хвостовой части эмпирической функции распределения, поскольку статистическая достоверность оценки не определялась, ни тем более не задавалась. Однако любая квантиль эмпирического распределения сама является случайной величиной и имеет собственное распределение вероятности. Представляется целесообразной интервальной оценкой квантилей с некоторым заданным уровнем достоверности (например, уровню достоверности 0,5 будет соответствовать медиана искомой квантили).

Во-вторых, приближение хвостовой части эмпирических рядов выполнялось для дважды логарифмической шкалы фактора (вероятности), в которой отсчеты неэквидистантны, т. е. не являются равноотстоящими – с увеличением вероятности расстояние между соседними отсчетами фактора прогрессивно возрастает. Известно, однако, что классический метод наименьших квадратов для вычисления параметров регрессионной модели вполне корректен лишь

при условии регулярного (эквидистантного) расположения отсчетов на шкале фактора. Ранее нами был разработан метод интегральной (на интервалах) минимизации квадратической ошибки регрессионных моделей, нечувствительный к регулярности расположения отсчетов на шкале фактора.

В-третьих, в задаче определения типа эмпирического распределения требовался анализ хвостовой части распределения достаточной длины (от 9 до 20 отсчетов) и во многих случаях лучшее приближение выбиралось из очень хороших аппроксимаций двух или даже трех различных типов. Это свидетельствует о возможном наличии смеси распределений различных типов (аналогичное утверждается также, например, в [4]), что, наряду с малым общим количеством метеостанций, обуславливает существенную неопределенность районирования территории по типам распределений. Однако задача определения характеристической снеговой нагрузки, как квантили эмпирической функции распределения определенного уровня, непосредственно не требует ни оценки самого распределения, ни определения типа его хвостовой части.

Достоверность оценок квантилей эмпирической функции распределения

В методике [6] оценивания квантили S_p уровня p распределения случайной величины снеговой нагрузки, представленной в виде вариационного ряда $S_{(1)} \leq S_{(2)} \leq \dots \leq S_{(N)}$, статистики $S_{(R)}$ ранга R используются в качестве точечных оценок эмпирической функции распределения:

$$\tilde{F}(S_{(R)}) = R / (N + 1). \tag{1}$$

Как сказано выше, такая оценка функции распределения не предполагает задания статистической достоверности результата. Так, для двух наибольших отсчетов вариационного ряда с $N = 49$ по (1) получаем $\tilde{F}(S_{(N-1)}) = 0,96$ и $\tilde{F}(S_{(N)}) = 0,98$. Отметим, что последнее значение в точности соответствует уровню квантили, необходимой для определения характеристической снеговой нагрузки с периодом повторяемости $T = 50$ лет. Однако любая квантиль

эмпирического распределения сама является случайной величиной и имеет собственное распределение вероятности. Как известно, вероятность того, что квантиль S_p уровня p принадлежит непараметрическому интервалу между соседними статистиками $S_{(R)}$ и $S_{(R+1)}$, может быть найдена из биномиального распределения [7]:

$$\gamma_{(R,R+1)} = \binom{N}{R} p^R (1 - p)^{N-R}. \tag{2}$$

Из (2) находим, что вероятность нахождения квантили уровня 0,98 правее отсчета $S_{(49)}$ составляет $0,98^N \approx 0,372$, квантиль же уровня 0,96 лежит правее отсчета $S_{(48)}$ с вероятностью, равно $N \cdot 0,96^{N-1} \cdot (1 - 0,96) + 0,96^N \approx 0,412$.

Медианные значения квантилей в данном примере, очевидно, лежат левее, чем это следует из (2), поэтому данная оценка является оценкой уровня квантили «сверху», а самой функции распределения – «снизу». При этом обеспеченность оценки зависит от длины ряда, более того – оказывается неодинаковой для различных отсчетов в пределах одного вариационного ряда, вследствие чего дальнейшая аппроксимация функции не вполне корректна.

Сформулируем задачу следующим образом: необходимо оценить вероятностное распределение $G(S_p)$ искомой квантили эмпирического распределения как случайной величины. Такое оценивание, в свою очередь, также может заключаться в поиске квантилей, но уже для функции $G(S_p)$. Например, для оценивания положения медианы квантили уровня $p = 0,98$ необходимо решение обратной задачи $G(S_{0,98}) = 0,5$.

Выполним с использованием (2) интервальное приближение плотности вероятности случайной величины $S_{0,98}$ для некоторых значений длины выборочного ряда измерений, как представлено в таблице 1 [8].

Таблица 1 – Вероятность принадлежности квантили уровня 0,98 непараметрическим интервалам в правой части вариационного ряда

Длина вариационного ряда	Обозначение вероятности принадлежности квантили интервалу					
	$\gamma_{(N-5,N-4)}$	$\gamma_{(N-4,N-3)}$	$\gamma_{(N-3,N-2)}$	$\gamma_{(N-2,N-1)}$	$\gamma_{(N-1,N)}$	$\gamma_{(N, \dots)}$
$N = 30$	0,00028	0,0026	0,0188	0,0988	0,3340	0,5455
$N = 34$	0,00050	0,0040	0,0256	0,1176	0,3491	0,5031
$N = 35$	0,00057	0,0045	0,0274	0,1222	0,3522	0,4931
$N = 50$	0,00273	0,0145	0,0607	0,1858	0,3716	0,3642
$N = 60$	0,00575	0,0252	0,0865	0,2194	0,3644	0,2978
$N = 70$	0,01330	0,0387	0,1131	0,2445	0,3473	0,2431

Примечание – Вероятность в последнем столбце таблицы соответствует расположению квантили правее последнего (наибольшего) отсчета.

Как следует из таблицы 1, функция $G(S_p)$ почти целиком сосредоточена на нескольких, крайних справа в вариационном ряду, интервалах, а также правее последнего (наибольшего) отсчета ряда. Для коротких (менее 34 отсчетов) рядов медиана 0,98-квантили располагается за пределами размаха ряда, т. е. правее наибольшего значения, но уже при $N = 35$ она попадает внутрь «старшего» интервала (ячейки таблицы выделены фоном). Вероятность $\gamma_{(N-5,N-4)}$ нахождения квантили левее отсчета $S_{(N-4)}$ очень мала даже для весьма длинных рядов (0,0133 при $N = 70$). Таким образом, на положение квантили высокого уровня не влияют не только отсчеты вариационного ряда, лежащие в его левой и средней части, но также и большая часть отсчетов правой части ряда. При прогнозировании характеристических нагрузок с периодом по-

вторяемости 50 лет можно ограничиться, например, пятью старшими отсчетами ряда (в случае малых периодов повторяемости, и, соответственно, меньшего уровня квантили, аналогичным образом могут быть выбраны другие пять отсчетов внутри ряда).

Методика непараметрического интервального оценивания квантили эмпирического распределения нагрузки

Новая методика непараметрического оценивания распределения квантили, включающая процедуру пятиточечного сглаживания эмпирических данных, представлена на примере поиска положения медианы квантили уровня $p = 0,98$ применительно к задаче оценивания характеристических значений снеговой нагрузки.

1) Для известной длины N эмпирического ряда наблюдений, согласно (2), вычисляются вероятности принадлежности квантили пяти непараметрическим интервалам: $\gamma_{(N-4, N-3)}$, $\gamma_{(N-3, N-2)}$, $\gamma_{(N-2, N-1)}$, $\gamma_{(N-1, N)}$ и $\gamma_{(N, \dots)}$.

2) Из вариационного ряда $S_{(1)} \leq S_{(2)} \leq \dots \leq S_{(N)}$ выделяется пять старших отсчетов:

$$S_{(N-4)} \leq S_{(N-3)} \leq S_{(N-2)} \leq S_{(N-1)} \leq S_{(N)}. \quad (3)$$

3) Вычисляются значения функции распределения $G(S_p)$ для значений (3) аргумента:

$$\begin{cases} G(S_{(N)}) = 1 - \gamma_{(N, \dots)}, \\ G(S_{(N-k)}) = G(S_{(N-k+1)}) - \gamma_{(N-k, N-k+1)}, \quad k = 1, 2, 3, 4. \end{cases} \quad (4)$$

4) Отсчеты (4) наносятся на различные диаграммы: с одинаковой осью ординат, соответствующей параметру S_p , и с различными осями абсцисс – простой шкалой значения функции распределения, логарифмической шкалой, дважды логарифмической шкалой (параметрами G , $-\ln G$, $\ln |\ln G|$).

5) Для каждого из трех видов диаграммы выполняется линейная регрессия с интегральной минимизацией квадратической ошибки – методом, представленным в [9].

6) По критерию наибольшего достигнутого коэффициента интегральной детерминации R_{DD} – квадрат выбирается наилучшая регрессионная модель, с помощью которой вычисляется ордината S_p , соответствующая медиане искомой квантили, т. е. значению функции ее распределения $G(S_p) = 0,5$.

При практическом использовании данной методики возможны ситуации присутствия в вариационном ряду эмпирических данных т. н. «связок» – отсчетов с одинаковыми по величине значениями, которые формально не образуют непараметрического интервала (точнее, его ширина равна нулю). При этом сокращается количество точек для процедуры сглаживания.

Например, если в ряду длиной $N = 60$ совпадают 57-й, 58-й и 59-й отсчеты, то они образуют связку со «средним» рангом, равным 58. В этом случае правая часть вариационного ряда для сглаживания будет представлена только тремя отсчетами: $S_{(56)}$, $S_{(58)}$ и $S_{(60)}$. Соответственно, следует вычислять три значения функции $G(S_p)$ по второму из уравнений (4). Если же совпадают два отсчета, то их средний ранг оказывается нецелым (половинным), и, хотя точек для сглаживания остается больше (четыре), расчет вероятностей становится более трудоемким, т. к. вместо (2) необходимо использование неполной бета-функции Пирсона [7].

В ходе применения разработанной методики установлено, что при прогнозировании характеристических значений снеговой нагрузки рассмотрение «связок» вариационного ряда не является обязательным. Поскольку теоретическая вероятность полного равенства двух измерений непрерывной величины равна нулю, практическое совпадение отсчетов следует считать следствием погрешности измерения и округления результатов. Поэтому возможно, например, «восстановить» совпадающие результаты к их значениям «до округления» (с большей разрядностью после запятой) – например, путем случайной генерации значений величины, равномерно распределенной в интервале, соответствующем правилам округления. Однако даже наличие в анализе равных по величине отсчетов не являлось существенным препятствием для эффективного пятиотчетного сглаживания, поскольку достигаемая при этом погрешность прогноза, по сравнению со строгой процедурой формирования «связок», не превышала 0,5 %.

Непараметрическое прогнозирование характеристических значений снеговой нагрузки для территории Республики Беларусь

С использованием изложенной выше новой непараметрической методики был выполнен анализ эмпирических данных годовых максимумов запаса воды в снеге для 46 метеостанций Республики Беларусь [8]. Процедуру применения новой непараметрической методики проиллюстрируем на примере прогнозирования характеристического значения снеговой нагрузки для метеостанции Лида.

1) Исходный временной ряд наблюдений имеет длину $N = 70$ (зимние периоды, с 1944–1945 гг. по 2013–2014 гг.). Вероятности принадлежности пяти непараметрическим интервалам $\gamma_{(66,67)}$, $\gamma_{(67,68)}$, $\gamma_{(68,69)}$, $\gamma_{(69,70)}$ и $\gamma_{(70, \dots)}$ соответствуют вычисленным ранее значениям, представленным в последней строке таблицы 1.

2) После построения вариационного ряда выделяем, начиная с 66-го, пять наибольших отсчетов запаса воды в снеге (100 мм запаса воды соответствуют 1 кПа снеговой нагрузки): 108 мм, 109 мм, 118 мм, 120 мм и 147 мм (наблюдались, соответственно, в 1979–80 гг., 1969–70 гг., 1995–96 гг., 1985–86 гг. и 1978–79 гг.).

3) По (3.16) вычисляем значения функции распределения $G(S_p)$ для выделенных значений аргумента:

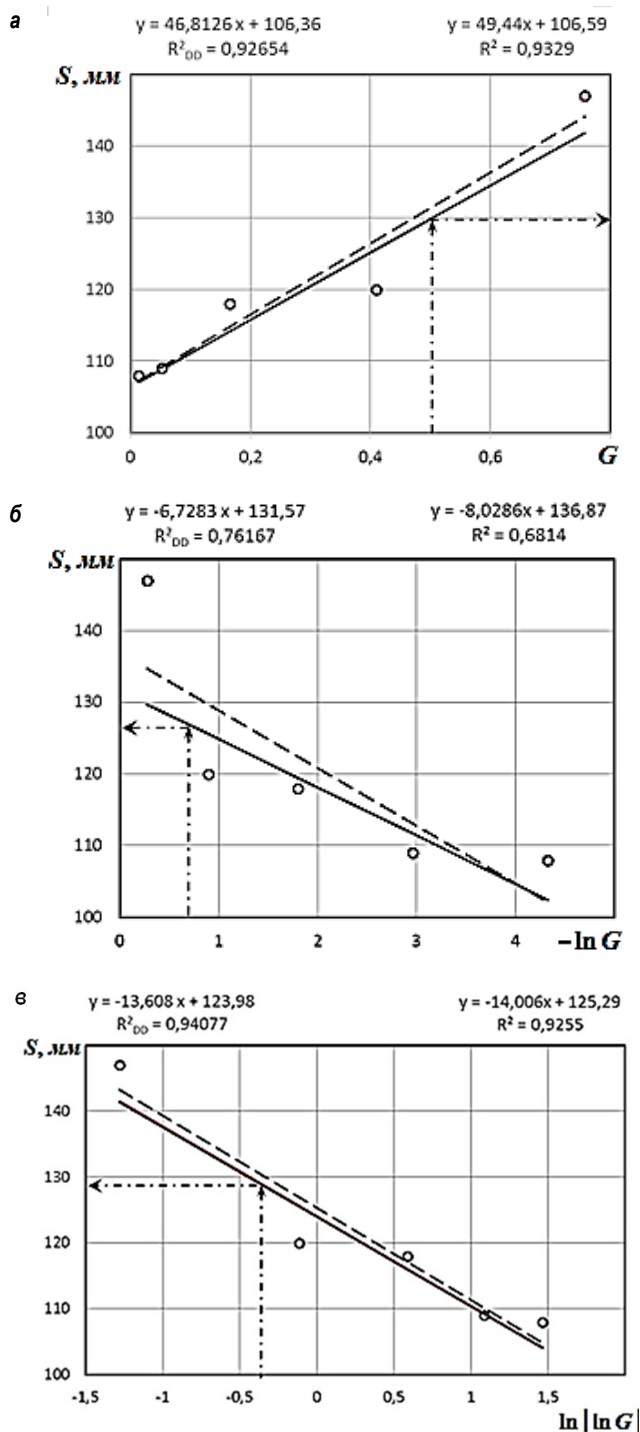
$$\begin{aligned} G(S_{(70)}) &= 1 - \gamma_{(70, \dots)} = 0,7569; \\ G(S_{(69)}) &= G(S_{(70)}) - \gamma_{(69,70)} = 0,4096; \\ G(S_{(68)}) &= G(S_{(69)}) - \gamma_{(68,69)} = 0,165; \\ G(S_{(67)}) &= G(S_{(68)}) - \gamma_{(67,68)} = 0,0519; \\ G(S_{(66)}) &= G(S_{(67)}) - \gamma_{(66,67)} = 0,0132. \end{aligned}$$

4) Строим три варианта диаграммы с одинаковой осью ординат (величина запаса воды в снеге) и различными шкалами для оси абсцисс – простую шкалой значения функции распределения (G); логарифмическую шкалу ($-\ln G$); дважды логарифмическую шкалу ($\ln |\ln G|$), и на них наносим выбранные эмпирические точки, как показано на рисунке 1.

5) Для каждого из трех видов диаграммы выполняем линейную регрессию (выравнивание) с интегральной минимизацией квадратической ошибки (для сравнения – классическим методом наименьших квадратов), как показано на рисунке 1.

6) Наибольший коэффициент интегральной детерминации $R_{DD} = 0,94077$ достигнут на диаграмме по рисунку 3.9в. Используем полученную регрессионную модель для оценивания квантили уровня 0,98 (коэффициенты модели умножим на 0,01 для пересчета 100 мм запаса воды в 1 кПа снеговой нагрузки): $S_{0,98}(G) \approx 0,0137 \cdot \ln |\ln G| + 1,240$ кПа. Подставляя в уравнение $G = 0,5$ (оценка положения медианы квантили), получаем: $S_{0,98}(G) \approx 1,29$ кПа.

Из приведенного примера следует, что во всех трех вариантах шкалы абсцисс отсчеты функции распределения не являются эквидистантными, поэтому выполнение линейной регрессии с интегральной минимизацией квадратической ошибки дает, по сравнению с классическим методом наименьших квадратов, заметно отличающиеся (в сторону снижения) и более обоснованные результаты прогнозирования.



а – с простой шкалой абсцисс;
 б – с логарифмической шкалой абсцисс;
 в – с дважды логарифмической шкалой абсцисс

Рисунок 1 – Линейная регрессия эмпирических точек максимумов запаса воды в снеге для метеостанции Лида с интегральной минимизацией квадратической ошибки (сплошные линии, уравнения вверху слева) и классическим методом наименьших квадратов (пунктирные линии, уравнения вверху справа)

В таблице 2 представлены полученные результаты прогнозирования характеристических значений снеговой нагрузки для периода повторяемости 50 лет по 46 метеостанциям. Для сравнения в таблице приведены результаты прогнозирования, полученные по предыдущей методике с точечной оценкой функции распределения, в том числе с исключением рекордных значений, если таковые имеют большой период повторяемости [6].

Таблица 2 – Характеристические значения снеговой нагрузки (период повторяемости 50 лет, 0,98-квантиль вероятностного распределения годовых максимумов) для 46 метеостанций Республики Беларусь

Регион, метеостанция	Точечная оценка квантили на хвостовой части эмпирического распределения, кПа		Интервальная оценка медианы квантили с пятиточечным выравниванием, кПа
	без удаления рекордных значений	с удалением рекордных значений с периодом повторяемости (лет)	
Брестская область			
Барановичи	1,43	1,25 (>1000)	1,37
Ганцевичи	1,22	–	1,19
Ивацевичи	1,13	–	1,10
Пружаны	1,05	0,92 (800)	1,12
Высокое	1,61	–	1,51
Полесская	1,22	1,01 (>1000)	1,18
Пинск	1,31	1,15 (330)	1,26
Брест	1,05	–	1,00
Витебская область			
Езерище	1,47	–	1,43
Верхнедвинск	1,53	1,39 (320)	1,48
Полоцк	1,48	1,38 (390)	1,47
Шарковщина	1,36	–	1,31
Лынтупы	1,88	–	1,83
Докшицы	1,73	–	1,66
Лепель	1,39	–	1,38
Сенно	1,22	–	1,21
Орша	1,88	–	1,87
Витебск	1,82	–	1,77
Гомельская область			
Жлобин	1,28	1,20 (590)	1,25
Чечерск	1,60	–	1,56
Октябрь	1,33	–	1,27
Василевичи	1,36	–	1,31
Житковичи	1,29	–	1,34
Мозырь	1,46	–	1,38
Лельчицы	1,16	–	1,12
Брагин	1,48	–	1,43
Гомель	1,39	1,29 (360)	1,35
Гродненская область			
Ошмяны	1,33	–	1,28
Лида	1,24	–	1,29
Новогрудок	1,90	–	1,84
Волковыск	1,41	–	1,35
Гродно	1,40	–	1,35
Могилевская область			
Горки	1,60	–	1,58
Кличев	1,48	–	1,44
Славгород	1,48	–	1,45
Костюковичи	1,58	–	1,52
Бобруйск	1,35	–	1,32
Могилев	1,46	–	1,50
Минская область			
Вилейка	1,39	–	1,36
Борисов	1,65	–	1,60
Воложин	1,66	–	1,59
Березино	1,62	1,43 (>1000)	1,59
Столбцы	1,50	–	1,44
Марьино Горка	1,48	1,31 (930)	1,42
Слуцк	1,26	–	1,24
Минск	1,48	–	1,46

Подавляющее большинство результатов, полученных новым методом, заметно (от 0,01 до 0,1 кПа) ниже, чем оценки, полученные по предыдущей методике. Важно отметить, что в новой методике рекордные значения из временных рядов не удалялись. Для временных рядов, в которых, при оценивании предыдущей методике, условия позволяли удалить из рассмотрения рекордные значения (что ведет к снижению оценки), полученные новым методом результаты находятся внутри диапазона двух таких оценок. Это свидетельствует о корректности нового метода прогнозирования. Лишь в четырех случаях (метеостанции Пружаны, Житковичи, Лида, Могилев) полученная новым методом, несколько (на величину до 0,07 кПа) превысила оценку прежней методике, что может быть связано с принципиальной приближенностью любых методов прогнозирования, а также особенностями структуры конкретных временных рядов в правой их части.

Районирование характеристических значений снеговой нагрузки в Республике Беларусь с зависимостями от высотного положения местности

Выше, при обсуждении несовершенств методике точечного оценивания и установления типа эмпирической функции распределения

снеговой нагрузки, указывалось на существенную неопределенность районирования территории по типам распределений. Наряду с этим, для определения характеристических значений нагрузки в некоторых географических пунктах (в северо-западной части района III, согласно [6]) привлекались высотные зависимости. Непараметрическое прогнозирование характеристической снеговой нагрузки в принципе не предусматривает оценивания распределения нагрузки, а значит и определения типа его хвостовой части. В связи с этим, а также для оптимизации количества снеговых районов, была предложена следующая концепция: установление фоновых районных значений снеговой нагрузки с их корректировкой в зависимости от альтитуды (высоты над уровнем моря) местности.

В таблице 3 представлены данные о величине характеристических значений снеговой нагрузки S_k (данные из таблицы 2) и альтитуде A для рассматриваемых метеостанций. Для предварительной оценки тесноты корреляционной связи между альтитудой и снеговой нагрузкой приведенные в табл. 3 данные расположим на соответствующей диаграмме рассеяния, представленной на рисунке 2.

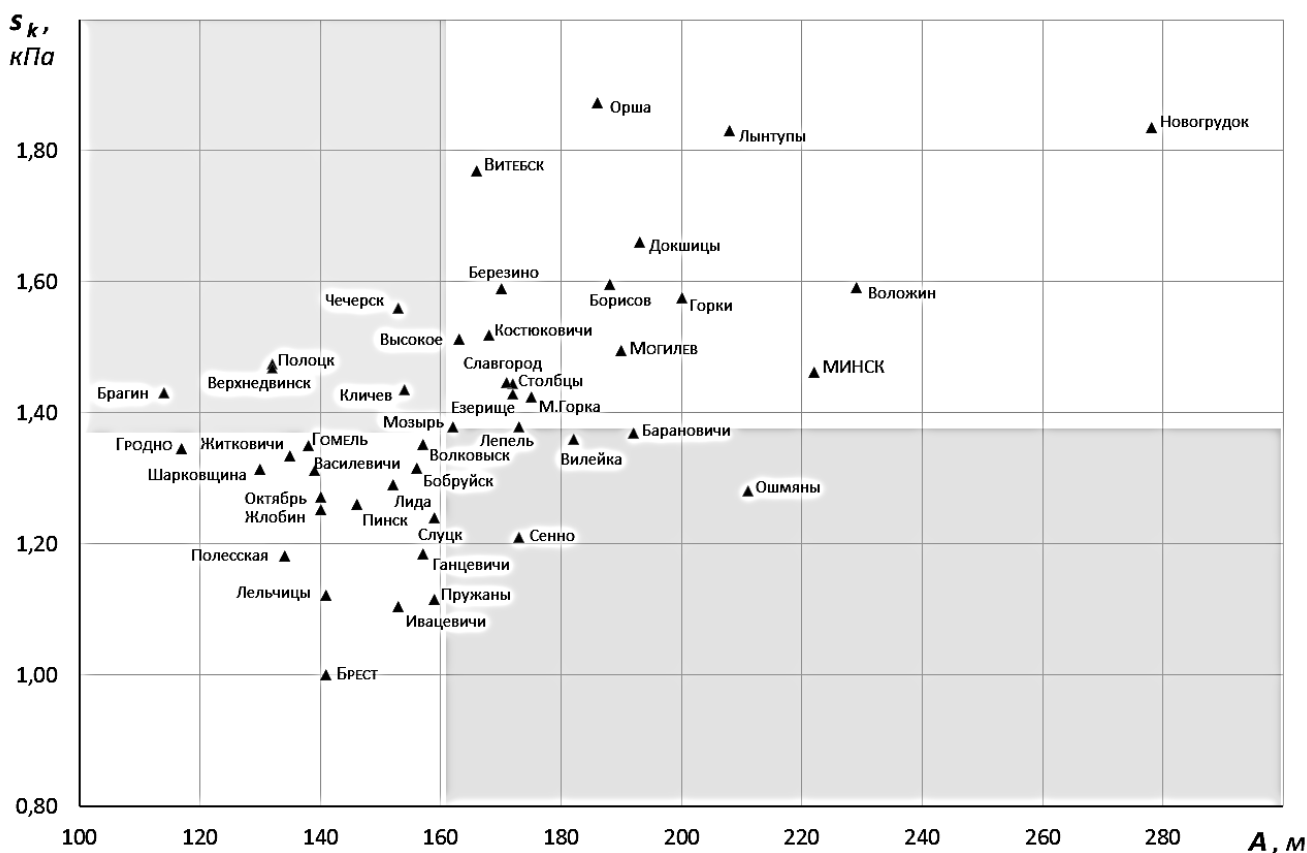


Рисунок 2 – Корреляционная диаграмма зависимости характеристического значения снеговой нагрузки от высоты местности для территории Республики Беларусь

Разделим поле диаграммы на четыре квадранта горизонтальной и вертикальной линиями, положение которых соответствует медианным значениям исследуемых факторов: $Me(A) = 160,5 м$, $Me(S_k) = 1,38 кПа$. Девять точек расположены в левом верхнем и правом нижнем квадрантах диаграммы (отмечены на рисунках серой заливкой), что означает несоответствие знаков отклонений исследуемых параметров от медианных значений. Большинство (а именно 35) точек расположено в левом нижнем и правом верхнем квадрантах, где знаки отклонений нагрузки и высоты местности от своих медианных значений совпадают. Снеговая нагрузка для станций Мозырь и Лепель совпадает с медианным значением, поэтому эти две станции в подсчете не участвуют.

Вычислим коэффициент Фехнера парной корреляции знаков [10]:

$$K_{\Phi} = \frac{n_C - n_H}{n_C + n_H} = \frac{35 - 9}{35 + 9} = 0,59, \tag{5}$$

где n_C и n_H – число точек на диаграмме, соответственно, с совпадением и с несопадением знаков отклонений от медианных значений.

Величина коэффициента Фехнера свидетельствует о положительной и заметной (согласно шкале Чеддока [10]) связи параметров альтитуды и нагрузки. Установленный факт наличия заметной корреляции сам по себе не означает существования единственной математической функций (регрессии), с хорошей точностью связывающей все эмпирические данные. Возможен, однако, поиск регрессии

(точнее, функции, выполняющей оценку сверху величины снеговой нагрузки в зависимости от высоты местности) для отдельных районов исследуемой территории. Для этого необходимо объединять территориально соседствующие метеостанции в кластеры, если для образующейся группы удается найти простую (например, линейную) закономерность взаимосвязи «альтитуда-нагрузка».

Принцип выделения кластеров из соседних метеостанций на примере западной части территории Республики Беларусь иллюстрируется рисунком 3, в южной и юго-восточной части территории – рисунком 4, в северной и северо-восточной части территории – рисунком 5. Некоторые пункты (например, Лида, Волковыск) могут ока-

заться в различных, но соседних группах. Некоторые из найденных линий регрессии, например, для группы «Ивацевичи-Новогрудок» (рисунок 3) и групп «Верхнедвинск-Орша» и «Шарковщина-Лынтупы» (рисунок 5), оказались весьма близкими по угловому коэффициенту. Это свидетельствует, в частности, об объективной устойчивости рассматриваемых зависимостей и позволяет в дальнейшем оптимизировать районирование территории с точки зрения количества районов. С другой стороны, наблюдаются явные артефакты – на примере метеостанции Сенно, имеющей аномально малое индивидуальное значение снеговой нагрузки, что не позволяет обоснованно включить ее ни в одну из регрессионных зависимостей.

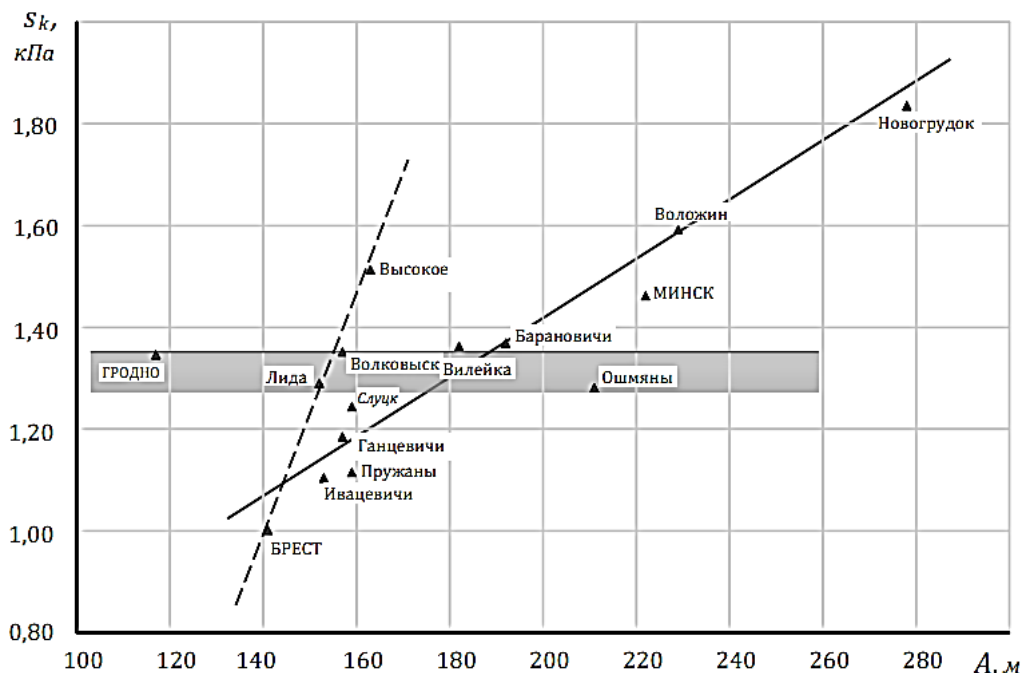


Рисунок 3 – Группирование метеостанций в западной части территории Республики Беларусь по принципу наличия линейной регрессии

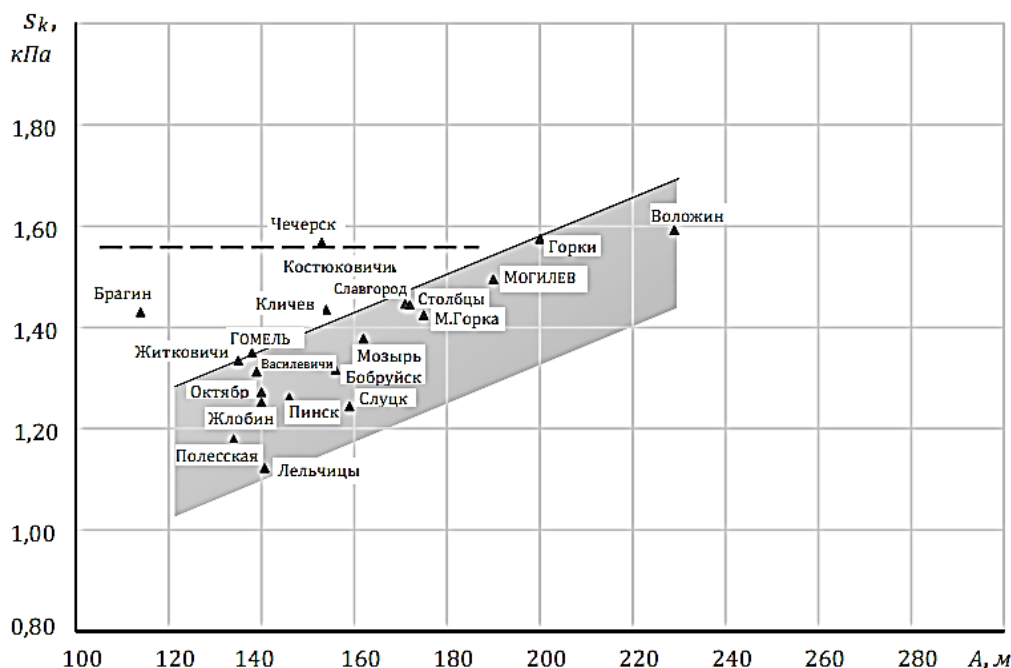


Рисунок 4 – Группирование метеостанций в южной и юго-восточной части территории Республики Беларусь по принципу наличия линейной регрессии

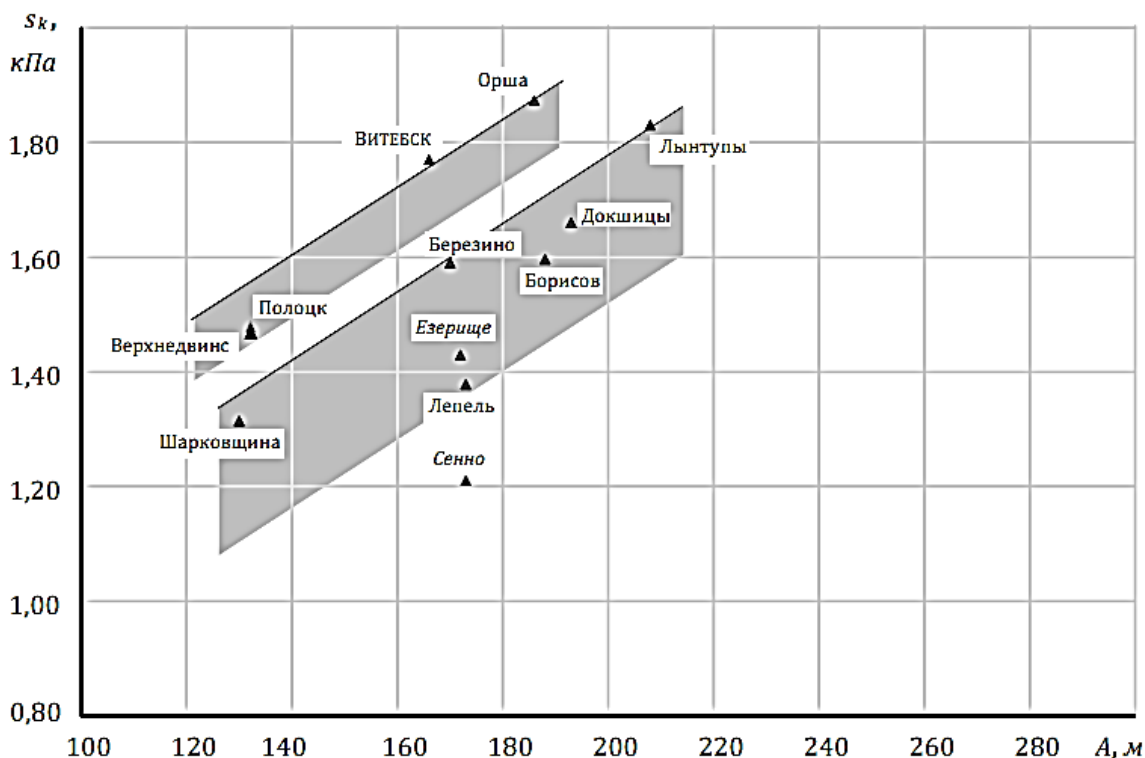


Рисунок 5 – Группирование метеостанций в северной и северо-восточной части территории Республики Беларусь по принципу наличия линейной регрессии

Установленные регрессионные зависимости снеговой нагрузки от высоты местности в отдельных группах (кластерах) территориально соседствующих станций, после представления к удобному для практического использования виду, сведены в таблицу 3 [11].

Таблица 3 – Зависимости характеристических значений снеговой нагрузки S_k [кПа] от альтитуды A [м] для территории Республики Беларусь [11]

Номер района	Номер подрайона	Метеостанции	Регрессионная зависимость «альтитуда-нагрузка»
1	1а	Гродно, Ошмяны, Вилейка, <u>Лида</u> , <u>Волковыск</u> , Слуцк, Барановичи	$s_k = 1,35$ (константа)
1	1б	Брест, Высокое, <u>Лида</u> , <u>Волковыск</u>	$s_k = 1,35 + 0,022(A - 155)$
1	1в	Гомель, Житковичи, Василевичи, Пинск, Октябрь, Жлобин, Кличев, Полесская, Лельчицы, Мозырь, Бобруйск, Славгород, Столбцы, Марьино Горка, Воложин, Горки, Могилев, <u>Слуцк</u>	$s_k = 1,35 + 0,0038(A - 140)$
2	2а	Езерице, Верхнедвинск, Новополоцк, Витебск, Орша	$s_k = 1,45 + 0,006(A - 125)$
2	2б	Березино, Борисов, Сенно, Лепель, Докшицы, Шарковщина, Лынтупы	$s_k = 1,45 + 0,006(A - 150)$
2	2в	Пружаны, Ивацевичи, Ганцевичи, Минск, Воложин, Новогрудок, <u>Барановичи</u>	$s_k = 1,45 + 0,006(A - 210)$
3	–	Костюковичи, Брагин, Чечерск	$s_k = 1,55$ (константа)

Некоторые группы, близкие по угловому коэффициенту регрессии и/или по фоновому (среднему) значению нагрузки, рассматриваются как подрайоны более крупных объединенных районов. В таблице 3 курсивом выделены метеостанции, принадлежность которых к районам (подрайонам) является вариативной. На основании климатологических и географических соображений такие станции, в итоге, отнесены к конкретным районам, что выделено в таблице подчеркиванием.

Для территории Республики Беларусь, таким образом, устанавливаются три снеговых района с фоновыми значениями снеговой нагрузки 1,35 кПа, 1,45 кПа и 1,55 кПа. Характеристическое значение снего-

вой нагрузки для конкретного объекта строительства определяется, в большинстве случаев, с учетом высотного положения площадки (местности). В районах 1 и 2 выделяются по три подрайона. Границы районов и подрайонов увязаны с физико-географическими особенностями территории, в том числе Белорусского Полесья ([11]), как показано на рисунках 6, 7.

Выполненные исследования стали основой для разработки Изменений в Национальное приложение к ТКП EN 1991-1-3-2009 Еврокод 1: Воздействия на конструкции. Часть 1–3: Общие воздействия. Снеговые нагрузки.

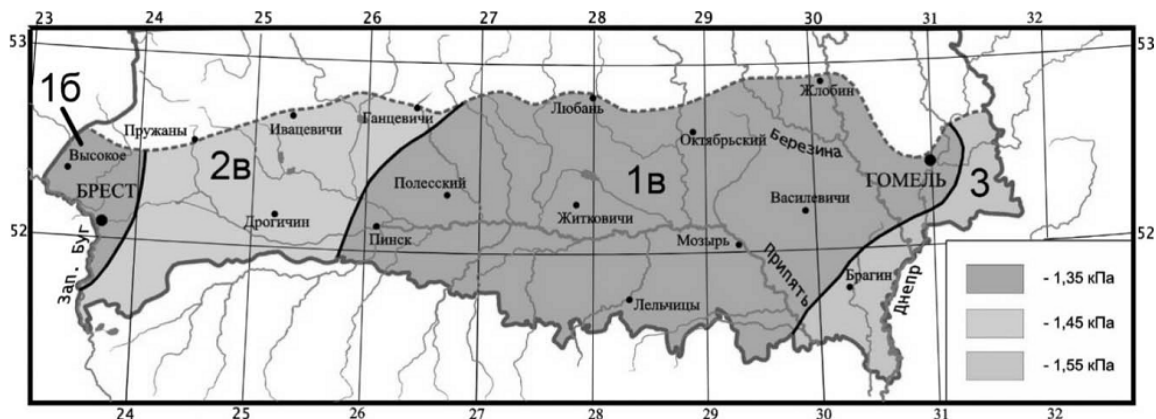


Рисунок 6 – Районирование территории Белорусского Полесья по характеристическим значениям снеговой нагрузки (используется совместно с закономерностями «альтитуда-нагрузка» из таблицы 3)

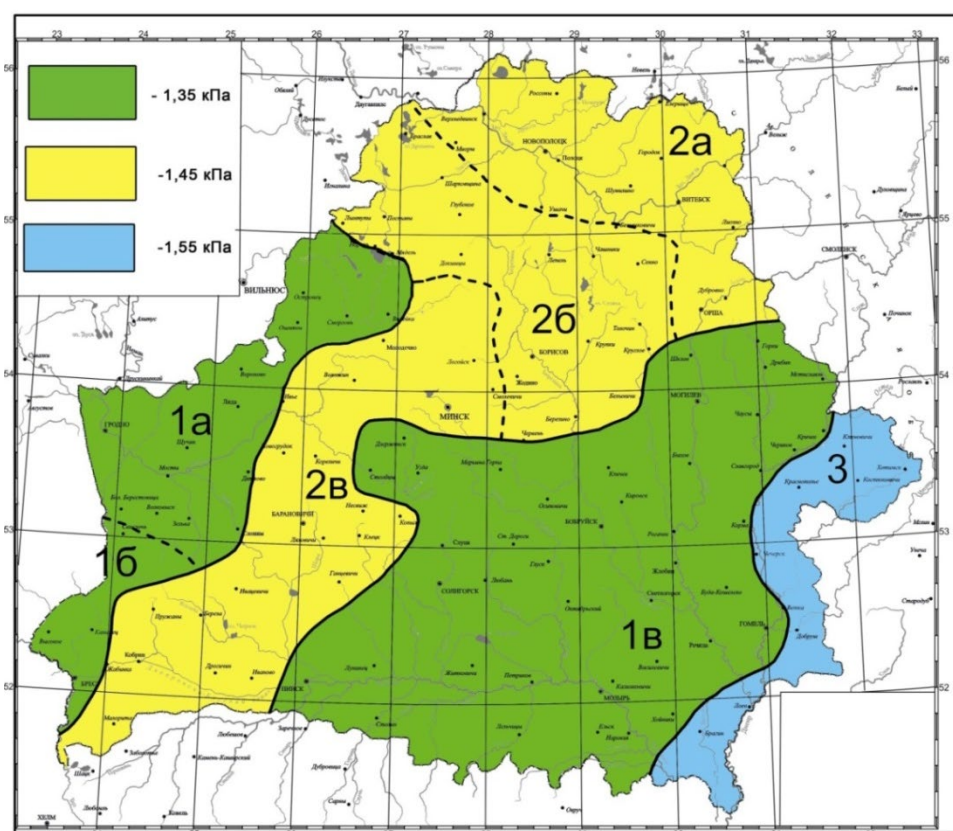


Рисунок 7 – Районирование территории Республики Беларусь по характеристическим значениям снеговой нагрузки (используется совместно с закономерностями «альтитуда-нагрузка» из таблицы 3)

Заключение

Разработанная методика непараметрического интервального оценивания квантили эмпирического распределения снеговой нагрузки не предусматривает ни оценки самого распределения, ни определения типа распределения экстремальных значений. При этом обеспечивается прогнозирование характеристических значений нагрузки с заданным уровнем достоверности. Эффективность методики подтверждена на примере оценивания медианы квантили уровня 0,98 (соответствует периоду повторяемости 50 лет) при прогнозировании характеристических значений снеговой нагрузки для территории Республики Беларусь. Установлены устойчивые регрессионные зависимости прогнозных значений нагрузки от высоты местности над уровнем моря (альтитуды), на основании чего предложено районирование территории, учитывающее закономерности «альтитуда-нагрузка», внесенное в качестве изменений в действующие ТНПА по нормированию климатических нагрузок.

Список цитированных источников

1. Райзер, В. Д. Расчет и нормирование надежности строительных конструкций / В. Д. Райзер. – М.: Стройиздат, 1995. – 352 с.
2. Лидбеттер, М. Экстремумы случайных последовательностей и процессов / М. Лидбеттер, Г. Линдгрэн, Х. Ротсен. – М.: Мир, 1989. – 392 с.
3. Учет метеорологических явлений при оценке площадок для атомных электростанций: руководство по безопасности. Серия изданий по безопасности, № NS-G-3.4. – Вена: Международное агентство по атомной энергии, 2005. – 33 с.
4. Шпете, Г. Надежность строительных несущих конструкций / Г. Шпете; пер. с нем. О. О. Андреева. – М.: Стройиздат, 1994. – 288 с.
5. Ground Snow Loads in Belarusian Code / V. Tur [et al.] // Environmental Effects on Building, Structures, Materials and People / ed.: A. Flaga, T. Lipecki. – Lublin: Alf-Graf, 2007. – P. 131–138.

6. Нормирование снеговых нагрузок для территории Республики Беларусь / В. В. Тур [и др.] // Строительная наука и техника. – 2008. – № 2 (17). – С. 27–45.
 7. David, H. A. Order statistics / H. A. David. – New York : John Wiley & Sons, 1981. – 360 p.
 8. Проведение исследований изменения климатических воздействий на строительные конструкции в Республике Беларусь с целью внесения изменений в действующие ТНПА : отчет о НИР (заключ.) / Научно-проектно-производств. республ. унитарное предприятие «Стройтехнорм» ; рук. И. Л. Лишай. – Минск, 2015. – 205 с. – № ГР 20143712.
 9. Дереченник, С. С. Интегральная оценка качества регрессионных моделей / С. С. Дереченник, А. В. Дмитриева, С. С. Дереченник-мл. // Вестник Брестского государственного технического университета. – 2009. – № 5 (59) : Физика, математика, информатика. – С. 77–80.
 10. Елисеева, И. И. Общая теория статистики / И. И. Елисеева, М. М. Юзбашев. – М.: Финансы и Статистика, 2002. – 480 с.
 11. Климатические воздействия на конструкции зданий и сооружений / В. В. Тур [и др.] // Природообустройство Полесья: монография : в 4 кн. / под общ. науч. ред. Ю. А. Мажайского [и др.]. – Рязань : Мещер. ф-л ФГБНУ «ВНИИГиМ им. А. Н. Костякова», 2018. – Кн. 1: Белорусское Полесье. Т. 1: Природно-ресурсный потенциал. – Разд. 3.9. – С. 235–246.
 4. SHpete, G. Nadezhnost' stroitel'nyh ne-sushchih konstrukcij / G. SHpete ; per. s nem. O. O. Andreeva. – M. : Strojizdat, 1994. – 288 s.
 5. Ground Snow Loads in Belarusian Code / V. Tur [et al.] // Environmental Effects on Building, Structures, Materials and People / ed.: A. Flaga, T. Lipecki. – Lublin : Alf-Graf, 2007. – P. 131–138.
 6. Normirovanie snegovykh nagruzok dlya territorii Respubliki Belarus' / V. V. Tur [i dr.] // Stroitel'naya nauka i tekhnika. – 2008. – № 2 (17). – S. 27–45.
 7. David, H. A. Order statistics / H. A. David. – New York : John Wiley & Sons, 1981. – 360 p.
 8. Provedenie issledovaniy izmeneniya klimaticheskikh vozdeystviy na stroitel'nye konstrukcii v Respublike Belarus' s cel'yu vnoseniya izmeneniy v dejstvuyushchie TNPA : otchet o NIR (zaklyuch.) / Nauchno-proektno-proizvodstv. respubl. unitarnoe predpriyatie «Strojtekhnorm» ; ruk. I. L. Lishaj. – Minsk, 2015. – 205 s. – № GR 20143712.
 9. Derechennik, S. S. Integral'naya ocenka kachestva regressionnykh modelej / S. S. Derechennik, A. V. Dmitrieva, S. S. Derechennik-ml. // Vestnik Brestskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. – 2009. – № 5 (59) : Fizika, matematika, informatika. – S. 77–80.
 10. Eliseeva, I. I. Obshchaya teoriya statistiki / I. I. Eliseeva, M. M. YUzbashev. – M.: Finansy i Statistika, 2002. – 480 s.
 11. Klimaticheskie vozdeystviya na konstrukcii zdaniy i sooruzhenij / V. V. Tur [i dr.] // Prirodoobustrojstvo Poles'ya: monografiya: v 4 kn. / pod obshch. nauch. red. YU. A. Mazhajsogo [i dr.]. – Ryazan' : Meshcher. f-l FGBNU «VNIIGiM im. A. N. Kostyakova», 2018. – Kn. 1: Belorusskoe Poles'e. T. 1: Prirodno-resursnyj potencial. – Razd. 3.9. – S. 235–246.
- References**
1. Rajzer, V. D. Raschet i normirovanie nadezhnosti stroitel'nykh konstrukcij / V. D. Rajzer. – M. : Strojizdat, 1995. – 352 s.
 2. Lidbetter, M. Ekstremumy sluchajnykh posledovatel'nostej i processov / M. Lidbetter, G. Lindgren, H. Rotsen. – M. : Mir, 1989. – 392 s.
 3. Uchet meteorologicheskikh yavlenij pri ocenke ploshchadok dlya atomnykh elektrostancij: rukovodstvo po bezopasnosti. Seriya izdaniy po bezopasnosti, № NS-G-3.4. – Vena : Mezhdunarodnoe agentstvo po atomnoj energii, 2005. – 33 s.
- Материал поступил 27.03.2024, одобрен 27.03.2024, принят к публикации 27.03.2024*