

УДК 624.012

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЙРОСЕТЕВЫХ АЛГОРИТМОВ ПРИ РАЗРАБОТКЕ АКУСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ КОНТРОЛЯ ПРОЧНОСТИ БЕТОНА

А. Е. Желткович¹, В. В. Молош², К. Г. Пархоц³, Н. Г. Совеико⁴, Хуан Цзыен⁵, Рен Юхан⁶, Цзинь Хаотянь⁷

¹ К. т. н., доцент, доцент кафедры прикладной механики, УО «Брестский государственный технический университет», Брест, Беларусь, e-mail: gelpek@mail.ru

² К. т. н., доцент, доцент кафедры прикладной механики, УО «Брестский государственный технический университет», Брест, Беларусь, e-mail: m.vic@rambler.ru

³ Инженер-программист, Беларусь, e-mail: konstantinparhoc@gmail.com

⁴ Инженер-программист, Беларусь, e-mail: nick-2009@live.ru

⁵ Студент магистратуры, УО «Белорусский национальный технический университет», Минск, Беларусь, e-mail: cn449766175@gmail.com

⁶ Студент магистратуры, УО «Белорусский национальный технический университет», Минск, Беларусь, e-mail: reny23312@gmail.com

⁷ Студент магистратуры, УО «Белорусский национальный технический университет», Минск, Беларусь, e-mail: haotian5052@gmail.com

Реферат

В статье проиллюстрирована возможность определения прочности бетона, используя стандартный протокол фиксации и воспроизведения акустического сигнала, используемый в подавляющем большинстве обычных портативных устройств, например телефонов системы Android (и др.). Разработана сверточная нейросеть, способная воспринимать звуковые сигналы (от механических ударов по бетону молотком), предварительно трансформированные в изображения-спектрограммы. Эти спектрограммы сопоставляются с показаниями прочности, установленными любым из стандартных методов. В перспективе данный подход может стать наиболее надежным и простым методом контроля прочности в полевых условиях, для этого достаточно иметь обычный телефон и молоток. Более того, данный метод может быть подстроен под множество других задач, где физико-механические свойства материала тем или иным образом связаны с акустическими свойствами упругопластического тела. Описывается процесс разработки и обучения нейросети, выполнена статистическая оценка качества полученных результатов.

Ключевые слова: акустический сигнал, сверточная нейросеть, неразрушающий контроль, прочность бетона.

APPLICATION OF NEURAL NETWORK ALGORITHMS IN THE DEVELOPMENT OF ACOUSTIC METHODS OF CONCRETE STRENGTH CONTROL

A. Zheltkovich, V. Molosh, K. Parchotz, N. Soveiko, Huang Zien, Ren Yuhang, Jin Haotian

Abstract

The paper illustrates the possibility of determining the strength of concrete using the standard protocol of acoustic signal recording and reproduction used in the vast majority of conventional portable devices, such as Android phones (and others). We developed a convolutional neural network capable of perceiving sound signals (from mechanical impacts on concrete with a hammer) pre-transformed into image-spectrograms. These spectrograms are compared to strength value established by any of the standard methods. In the long run, this approach may be the most reliable and simple method of strength monitoring in the field, requiring only a simple phone and a hammer. Moreover, this method can be adapted to many other problems where the physical and mechanical properties of a material are in some way related to the acoustic properties of an elasto-plastic body. The process of development and training of the neural network is described, and statistical evaluation of the quality of the obtained results is performed.

Keywords: acoustic signal, convolutional neural network, nondestructive testing, concrete strength.

1 Введение

Вклад работы, представленной в данной статье, включает в себя: 1) набор соответствующих акустических данных, полученных с помощью динамиков от портативного устройства (Samsung Galaxy A8, с ОС Android), и значения прочности на сжатие полученные с использованием прибора «Оникс»; 2) новый подход, использующий стохастический алгоритм оптимизации, для сверточной нейросети, способной, по мнению авторов, надежно определять прочность бетона широкого спектра конструкций.

Методы неразрушающего контроля прочности (МНК) могут быть использованы в ситуациях, где компромисс между скоростью оценки и точностью находится в пользу скорости, а не первоклассной точности. В частности, разрабатываемая модель может быть использована в приложениях, где необходима быстрая оценка, а точность высшего уровня не является критичной, например, в операциях по ликвидации последствий стихийных бедствий, в процессе возведения зданий, на приусадебных территориях, в частном секторе, где любой человек (не специалист) на этапе строительства сможет контролировать прочность бетона конструкций в режиме онлайн, в процессе возведения здания. Другой важной областью применения МНК могут быть регионы, подверженные стихийными бедствиями, такими как

землетрясения, наводнения. После стихийного бедствия одной из самых срочных и дорогостоящих задач является оценка состояния зданий на предмет безопасности. Таким образом, применение МНК может исключить использование разрушающих испытаний для оценки прочности бетона и значительно сократить стоимость и продолжительность операций [1]. Ярким примером, демонстрирующим важность использования машинного обучения для улучшения процедур оценки конструкций, может служить оценка сооружений после стихийных бедствий. После стихийного бедствия, одной из самых срочных и дорогостоящих задач является обеспечение жильем выживших. Логистику и стоимость краткосрочных убежищ бывает сложно организовать, в то время как это может быть приоритетной задачей, особенно в суровых климатических условиях. Известны случаи, когда выжившие укрывались в зданиях, а затем трагически погибли, когда те, будучи критически поврежденными, рушились во время незначительных афтершоков [1].

Предположим, что процедура оценки, использующая разработанную модель для оценки бетонных конструкций, может быть стандартизирована. В этом случае она может стать быстрым и экономичным решением, которое позволит сократить потребность в краткосрочных убежищах и предотвратить гибель людей во время афтершоков.

2 Обзор литературы. Контроль прочности бетона с помощью НМК и искусственных нейронных сетей

В процессе исследования были собраны и систематизированы разнообразнейшие сведения об неразрушающих методах контроля прочности бетонов.

Существует целый комплекс НМК для оценки прочности бетона на объектах строительства. Однако «использование этих методов не всегда являются надежным, поскольку получаемые данные существенно зависят от условий окружающей среды и не свободны от человеческих ошибок» [1]. «В ряде случаев НМК используются совместно с разрушающими методами испытаний, поскольку на результаты большинства отдельных методов неразрушающего контроля могут влиять условия окружающей среды и процедуры испытаний» [2]. Поэтому для повышения точности оценки прочности бетона рекомендуется использовать комбинацию разрушающих и неразрушающих методов. «Однако процедуры использования разрушающих методов испытаний обычно дорогостоящие, требуют много времени и требуют применения тяжелого оборудования. Кроме того, эти методы разрушающих испытаний зависят от интерпретации данных опытным персоналом» [1]. В литературе ведется поиск процедур оценки, которые могли бы исключить или сократить использование разрушающих испытаний.

Существует множество неразрушающих методов для оценки прочности: зонд Виндзора, инфракрасная томография и радиографические испытания, испытание ультразвуковым импульсом [3, 4, 5, 6], метод выдергивания (где определялось усилие N выдергивания стального анкера, предварительно заделанного в бетон) [7, 8, 9, 10, 11, 12], склерометрический метод [13], где определяется число отражения (для склерометра Шмидта типа N) или диаметр отпечатка (для склерометра – HPS). Склерометра Шмидта типа N , также известен как тестовый молоток для бетона (Rebound Hammer Test). В работах [14, 15] описывается неразрушающий метод контроля прочности с использованием тестового молотка для бетона, где данные обрабатывались с помощью искусственных нейронных сетей.

В статьях [16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29] обсуждается применение сразу множества нейросетевых алгоритмов для определения прочности бетона на сжатие на основе неразрушающих испытаний. Так, в [16] при оценке прочности бетона на сжатие были использованы для сравнения пять нейросетей: сеть с импульсом и алгоритмом градиента спуска (WPB-GDM), сеть с алгоритмом градиентного спуска и адаптивным шагом (WPB-GDX), сеть с алгоритмом сопряженного градиента (WPB-CGB), сеть Левенберга-Марквардта (LM), однонаправленная радиальная сеть (RFB).

В ходе исследования [16] были установлены низкие значения RMSE обучения и тестирования, а также разница между ошибками (DRMSE) в зависимости от количества эпох. Получены низкие значения относительной ошибки тестирования, низкие значения относительного среднеквадратичного отклонения ошибки и высокие значения коэффициента корреляции R . Показано, что средние значения прочности на сжатие бетона, заложенного в конструктивные элементы зданий, определенные с помощью искусственных нейронных сетей и разрушающих испытаний при практической натурной проверке, очень близки. В работе отмечается, что средние относительные ошибки (RE) являлись самыми низкими для прочности, определенной с помощью нейронной сети LM.

Анализируя накопленный опыт, отметим, что лишь несколько из перечисленных исследований [3, 4, 5, 20] посвящены использованию акустических сигналов (в частности ультразвука) в качестве источника данных неразрушающего контроля и нейросетевому способу обработки данных.

Методы машинного обучения (МО), такие как искусственные нейронные сети (ИНС), продемонстрировали потенциал для улучше-

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-i\frac{2\pi}{N}kn} = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \left(\cos\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) - i \sin\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) \right), \quad k = 0, \dots, N-1, \quad (1)$$

где N – количество отсчетов (компонент разложения), измеренных за период измерения;

x_n , $n = 0, \dots, N-1$, – измеренные значения сигнала (в дискретных временных точках с номерами ($n = 0, \dots, N-1$), которые являются входными данными для прямого преобразования;

X_k , $k = 0, \dots, N-1$ – выходные данные для прямого преобразования (поскольку амплитуды комплексные, то по ним можно вычислить одновременно и амплитуду, и фазу);

ния прогнозирования прочности бетона на основе данных неразрушающего контроля, особенно в последнее десятилетие [30, 31].

Преимущество моделей ИНС заключается в обнаружении нелинейных связей между входами и выходами без необходимости предполагать какие-либо функциональные зависимости между ними. Основным же недостатком является поиск оптимальных гиперпараметров (весовых коэффициентов) для достижения наилучшей точности без знания точного физического закона, так называемая проблема «чёрного ящика».

Важнейшими аспектами нейросетевых моделей прогнозирования являются их точность, скорость, экономичность, систематическая погрешность и применимость к различным типам бетона [1].

Вместе с тем авторы не нашли в литературе исследований по прогнозированию прочности бетона с помощью обычных акустических сигналов (также хорошо отражающих резонансные свойства бетона) с одновременной обработкой сигнала свёрточной нейронной сетью (СНС – наиболее мощный на сегодняшний день инструмент, в т. ч. способный обрабатывать визуальные данные). Возможно СНС не была задействована для акустических данных по причине того, что адаптирована преимущественно для работы с визуальными объектами.

Если трансформировать звук в изображение (спектрограмму) и использовать уже такой формат данных для обучения СНС, это, по мнению авторов данной статьи, может стать наиболее надежным и простым НМК в применении к различным полевым условиям.

3 Методология формирования базы данных испытаний прочности

Для обучения свёрточной нейросети была создана выборка из 100 различных звуковых файлов в процессе испытания прочности бетона путём непосредственного простукивания поверхности бойком склерометра «Оникс» и синхронной записи сигнала (аудио) на микрофон телефона. Был задействован стандартный протокол – Simple Protocol Player. Медиаплеер, который даёт возможность пользователям воспроизводить звуки, передаваемые модулем простого протокола PulseAudio и прослушивать потоковое аудио на платформах Android и Windows. При записи файлы сохранялись в формате Apple Lossless [m4a]. Затем файлы были переведены в [wav] формат. WAV (Waveform audio format), [wave] формат записи звука без сжатия. Так, в нашем случае три секунды стереозвуча, сделанные с CD-качеством (частота дискретизации 44,1 КГц), содержат 3×44100 [Гц] \times 2 канала = 264600 отсчетов. На каждый отсчет может приходиться 8 или 16 бит. В нашем варианте было задействовано 16-битное кодирование отсчетов. Файлы в среднем имели 2–4 секундные длительности (чего, по нашему мнению, вполне достаточно с учётом задержки времени на включение и выключение звукозаписи после удара молотком о поверхность бетона).

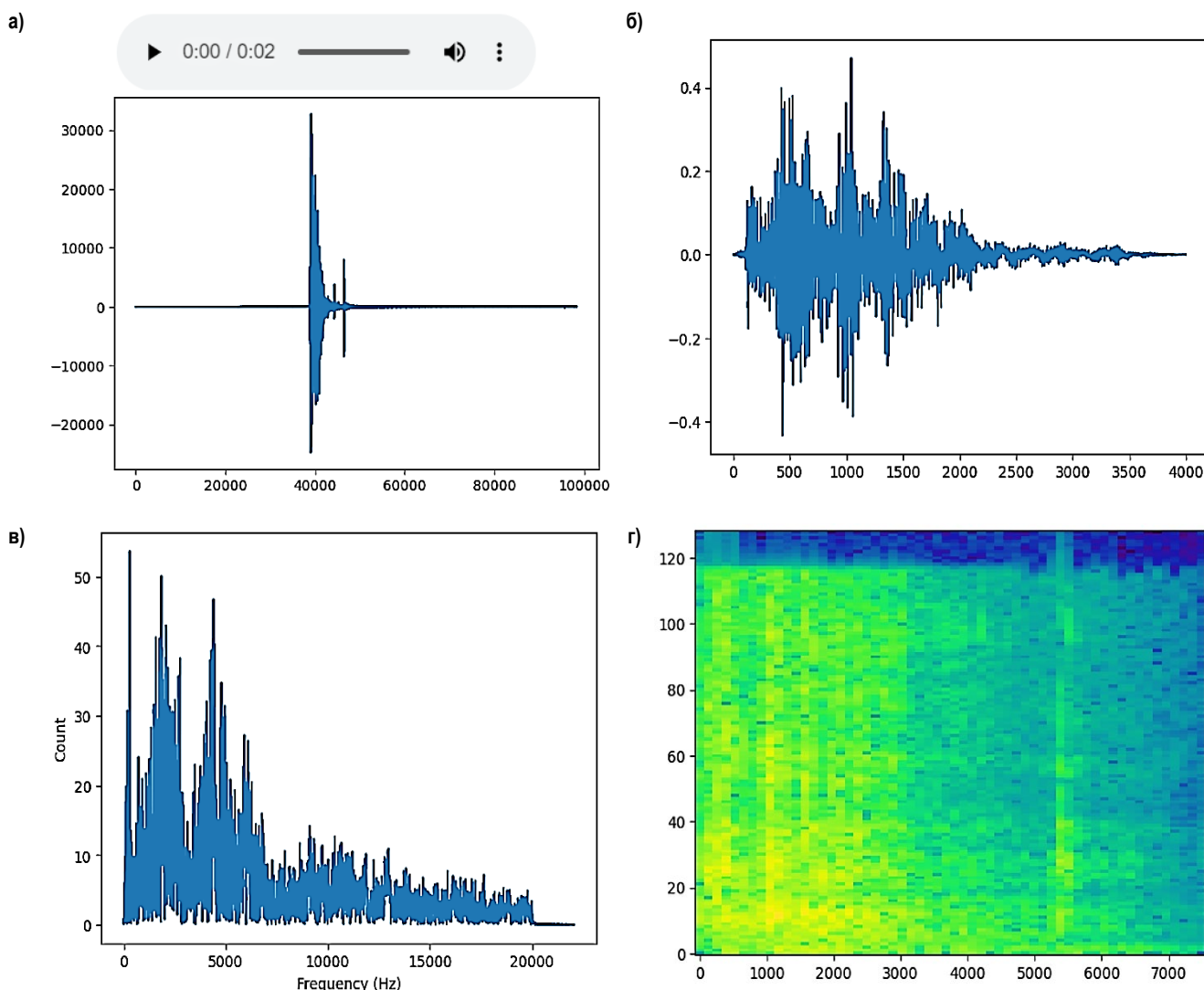
Полученные звуковые файлы имели достаточно длительные «пустые» области (рисунок 1а) слева и справа. В процессе подготовки эти области отфильтровывались. Нами была определена «рабочая» длительность файлов – 4000 отсчетов, как показано на рисунке 1б. Так, при пересчёте физической длительности сигнала, требующего для кодирования 4000 отсчетов (при частоте – 44100 Гц), занимает примерно 0.09 секунд. В действительности это больше, чем измеряемая в миллисекундах длительность удара молотком, представляющая интерес для анализа.

Для наглядной демонстрации звукового диапазона, в котором сосредоточена максимальная энергия звука, дискретную частоту представляют в физических (аналоговых) значениях частот через преобразование Фурье [32]. Частота сигнала через прямое преобразование определяется следующим образом (рисунок 1в):

$x = \frac{|X_k|}{N}$ – обычная (вещественная) амплитуда k -го синусоидального сигнала;

$\arg(X_k)$ – фаза k -го синусоидального сигнала (аргумент комплексного числа);

k – индекс частоты. Частота k -го сигнала равна $\frac{k}{T}$, где T – период амплитуд синусоидальных сигналов, слагающих исходный сигнал.



а) дискретный 2-ух секундный саундтрек, записанный при помощи микрофона; б) исходный файл с удалением «пустых» зон; в) преобразование в аналоговый вид с использованием рядов Фурье; г) цветная спектрограмма саундтрека

Рисунок 1 – Диаграммы преобразования акустических сигналов

После соответствующей обработки частотные файлы преобразовывались в спектрограммы (рисунок 1г), которые и служили входными параметрами СНС. Выходными данными служили значения, полученные при помощи склерометра «Оникс» (данные которого записывались в формате [.csv]).

Все данные загружались в облачное хранилище Google Drive для совместного использования с целью дозагрузки данных и дообучения нейросети.

4 Архитектурные особенности и обучение нейросетевой модели

Подход, который использует вычислительные модели, имитирующие архитектурные, структурные или функциональные аспекты биологических нейронных сетей, таких как человеческий мозг, известны с середины XX века.

Искусственные нейронные сети (ИНС или НС) – алгоритмические математические модели, имитирующие поведенческие характеристики нервных сетей животных и выполняющие распределённую, параллельную обработку информации. Эти сети полагаются на особую систему обработки информации путем корректировки взаимосвязей между большим количеством внутренних узлов. НС, состоящая из нескольких слоёв связанных нейронов, называется глубокой [33].

Свёрточная нейронная сеть объединяет три подхода в обработке изображений. Это использование локального рецептивного поля для каждого нейрона свёрточного слоя, формирование свёрточных

слоев как набора карт, нейронные элементы которых имеют одинаковые синаптические связи и наличие карт слоев с поддискретизацией, что повышает устойчивость сети к искажениям [35, 36, 37, 38].

Одной из причин высокой производительности СНС, по мнению авторов [35], является использование одинаковых нейронов в каждой карте, что позволяет уменьшить количество настраиваемых синаптических связей сети.

При обучении нейросети использовалась среднеквадратическая (MSE – согласно норме, L2). Функция потерь (losses) используется для оценки разрыва между истинным результатом (целью) и предсказанием, формируемым нейронной сетью. Таким образом, процесс обучения нейронной сети становится задачей оптимизации, целью которой является минимизация потерь. Функция потерь определяется

$$E = \frac{1}{n} \sum (Y_{target} - Y_{predicted})^2, \quad (2)$$

где n – количество выборок, Y_{target} – исходные данные,

$Y_{predicted}$ – предсказанные величины прочности.

Основная задача данного исследования – проверка способности модели (нейросети), обученной на ограниченной выборке данных определять прочность бетона с приемлемой точностью. Бетон, используемый в зданиях в любой городской среде, имеет широкий

диапазон составов и разный возраст. Используя ИНС, авторами было решено уйти от классических метаэвристических алгоритмов, которые решают задачу оптимизации методом проб и ошибок [39] (метаэвристические методы, вообще говоря, не гарантируют, что будет найдено решение задачи оптимизации). По причине предполагаемых экспериментальных случайных ошибок и наличия "шума" в измерениях (мы имели дело с весьма широким разбросом амплитуд и частот, а также длительностью воспроизведения файлов), было решено задействовать СНС с применением стохастического алгоритма оптимизации [35]. Методы этого класса включают стохастическую аппроксимацию (SA), подход Роббинса и Монро, метод стохастического градиентного спуска и другие. В данном исследовании в качестве оптимизатора был использован метод стохастической оптимизации "Adam". Adam [40] – это градиентный алгоритм первого порядка для стохастических целевых функций, основанный на адаптивных оценках моментов нижнего порядка [41].

Целью параметрической оптимизации является нахождение минимального значения функции потерь E . На каждой итерации алгоритм обновляет весовые параметры ω .

$$\omega_{n+1} = \omega_n - \frac{\alpha}{\sqrt{\tilde{v}_n} + \varepsilon} \cdot \tilde{m}_n, \quad (3)$$

где $\alpha = 0,001$ – параметр скорости обучения, g_t^2 – обозначает поэлементный квадрат $g \odot g$, $\beta_1 = 0.9$, $\beta_2 = 0.999$ и $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-7}$. Все операции над векторами являются поэлементными. С β_1^t and β_2^t обозначаются β_1 и β_2 с точностью до t ($t = 0$ при первой инициализации). 1-й моментный вектор при первой инициализации: $m_0 = 0$, 2-й моментный вектор при первой инициализации: $v_0 = 0$, ω_0 – вектор начальных параметров, инициализируемый генератором случайных чисел. Веса обновляются до тех пор, пока текущее и предыдущее значения не сойдутся.

В нашем исследовании был применён алгоритм [41]:

$$1) \quad t \leftarrow t + 1;$$

$$2) \quad g_t \leftarrow \nabla_w f_t(w_{t-1})$$
 – градиент стохастического движения к цели на шаге t , т. е. вектор частных производных от f_t , по отношению к (w) , оцененный на шаге t ;

$$3) \quad m_t \leftarrow \beta_1 \cdot m_{t-1} + (1 - \beta_1) g_t$$
 – обновление смещенной оценки первого момента;

$$4) \quad v_t \leftarrow \beta_2 \cdot v_{t-1} + (1 - \beta_2) g_t^2$$
 – обновление смещенной оценки момента второго ряда;

$$5) \quad \tilde{m}_t \leftarrow m_t / (1 - \beta_1^t)$$
 – оценка момента первого порядка с поправкой на смещение;

$$6) \quad \tilde{v}_t \leftarrow v_t / (1 - \beta_2^t)$$
 – оценка момента второго порядка с поправкой на смещение;

$$7) \quad \omega_t = \omega_{t-1} - \alpha \cdot \tilde{m}_t / (\sqrt{\tilde{v}_t} + \varepsilon)$$
 – обновление весовых параметров, где $f(w)$ – зашумленная объективная функция: стохастическая скалярная функция, дифференцируемая по параметрам ω .

Таким образом, мы обучили свёрточную нейросеть, которая может прогнозировать прочность бетона на основе данных акустических сигналов, получаемых стандартными микрофонами портативных гаджетов для широкого диапазона типов бетона. Схема разработанной в ходе исследования СНС представлена на рисунке 2.

Следующим шагом являлось обучение нейросети. Все этапы создания НС, обучения и проверки реализованы на программном языке Python в рамках среды Tensorflow [42]. Количество эпох устанавливалось равным 30. В процессе регуляризации случайным образом отобранные 70 % исходных данных назначались в качестве тренировочной выборки (training dataset) и 30 % данных было оставлено для проверки (validation) качества работы модели. Поскольку разработанная нейронная сеть представляет собой свёрточную сеть с большим количеством слоев, нами принято решение уменьшить количество эпох до 30 и обучать СНС в режиме удаленного доступа в среде Google Colab. Для этого был использован серверный ускоритель Python 3 на базе Google Compute Engine. Таким образом, время прохождения 30 эпох составило около 170 секунд (что на компьютере без дискретной видеокарты могло занять от получаса и более). Функция минимизации ошибок при обучении представлена на рисунке 4а.

Все данные, подаваемые на вход и выход свёрточной нейронной сети, были нормализованы с помощью пакетной нормализации (batch-normalization). Batch-normalization – метод, который позволяет повысить производительность и стабилизировать работу искусственных нейронных сетей [43, 44]. Суть данного метода заключается в том, что некоторым образом нейронной сети на вход подаются данные, предварительно обработанные и имеющие нулевое математическое ожидание и единичную дисперсию [44].

5 Результаты определения прочности бетона

На рисунке 3 представлены результаты, полученные по Ониксу» и определённые при помощи нейросети.

6 Оценка достоверности модели

Оценку достоверности значений прочности бетона, предсказанных с применением нейронной сети f_c , выполняли сравнением с полученными неразрушающим методом контроля для готовых железобетонных конструкций тестовыми значениями прочности f_e . Сравнение было выполнено как для фактических значений прочности, так и для отношений f_c/f_e . Для оценки отношений f_c/f_e использовали минимальное значение $[(f_c/f_e)_{\min}]$, среднее значение $[(f_c/f_e)_{\text{avg}}]$, максимальное значение $[(f_c/f_e)_{\max}]$ и коэффициент вариации $[CV(f_c/f_e)]$. Оценку фактических значений выполняли, анализируя величину средней абсолютной ошибки (MAE), квадратный корень из среднеквадратичной ошибки (RMSE), коэффициента корреляции (r), коэффициента детерминации (R^2), а также использовали процедуру, приведенную в приложении Д ТКП EN 1990 [45] для оценки поправочного коэффициента b среднего отклонения f_e и f_c , абсолютного значения средней ошибки модели Δ (по вектору ошибок δ) и коэффициент вариации V_δ вектора ошибок δ (таблица 1).

Величины средней абсолютной ошибки (MAE), квадратного корня из среднеквадратичной ошибки (RMSE) и коэффициента детерминации (R^2) определяли по выражениям:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (f_c^{(i)} - f_e^{(i)})^2}, \quad (4)$$

$$MAE = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |f_c^{(i)} - f_e^{(i)}|, \quad (5)$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^m (f_c^{(i)} - f_e^{(i)})^2}{\sum_{i=1}^m \left(f_e^{(i)} - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m f_e^{(i)} \right)^2}. \quad (6)$$

Распределение значений прочности бетона, предсказанных с применением нейронной сети f_c и полученных неразрушающим методом контроля f_e , приведено на рисунке 4б, а величина оценочных статистических параметров – в таблице 1.

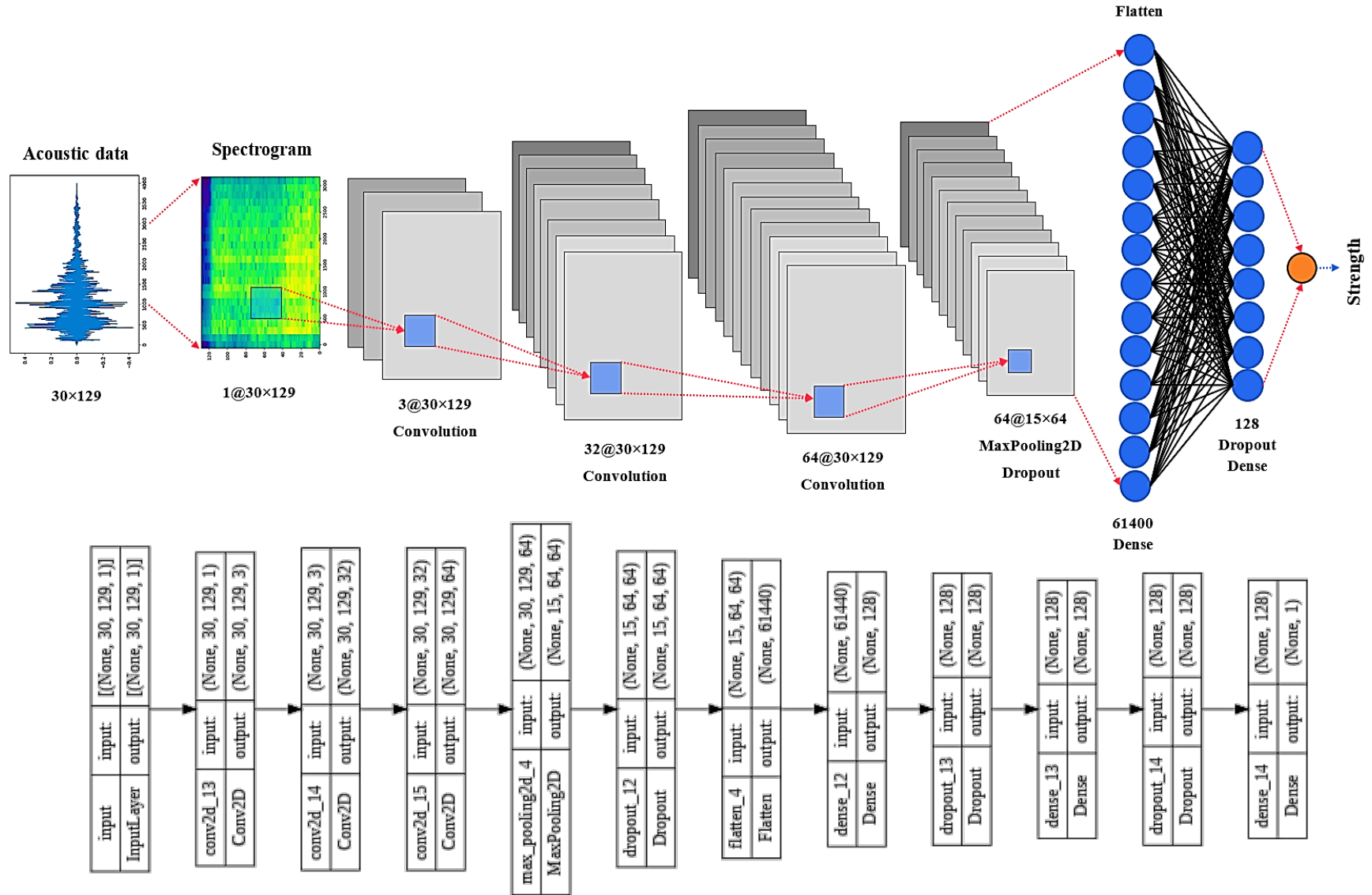
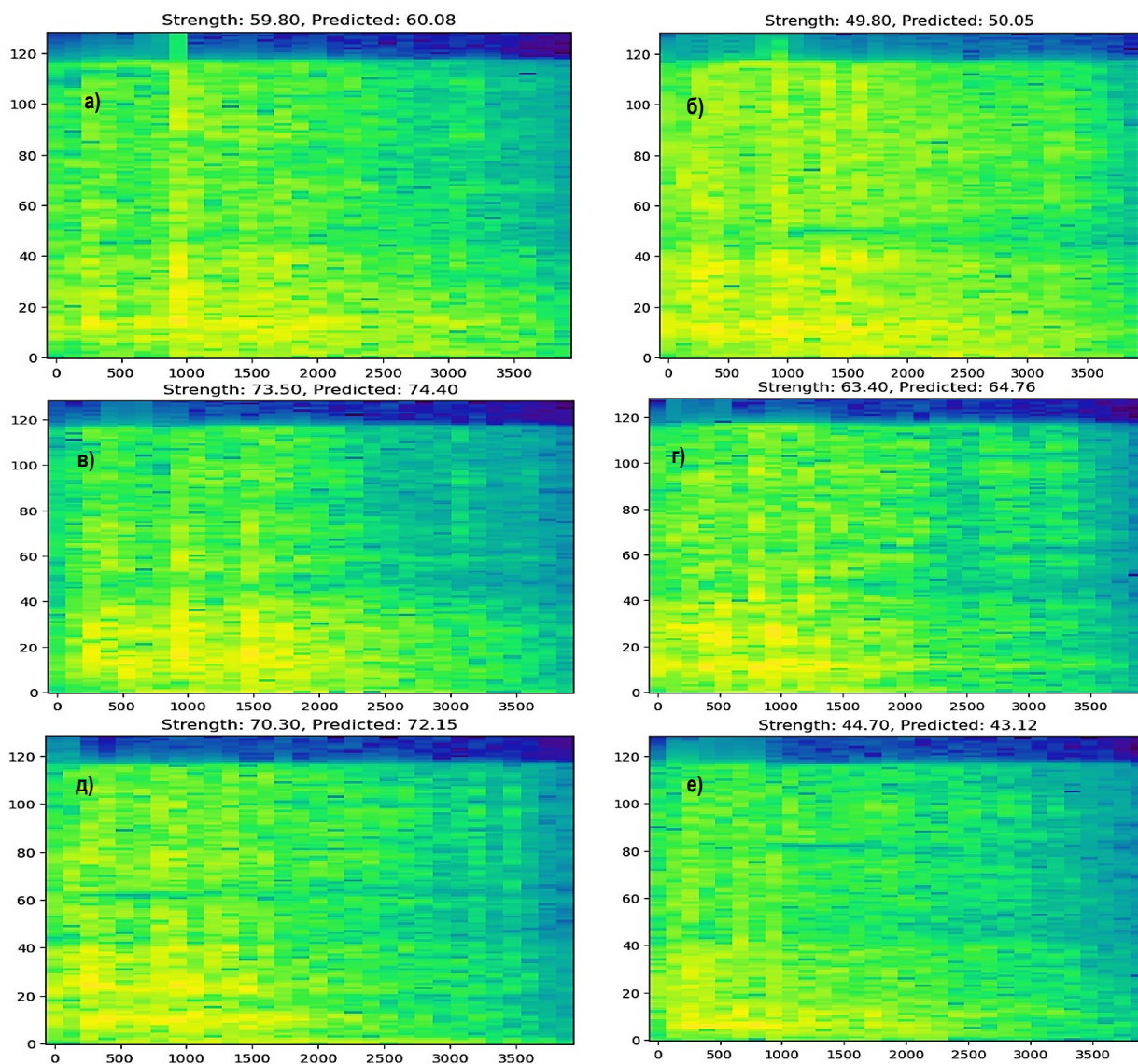


Рисунок 2 – Принципиальная схема CNN



а) действительная – 59,8 МПа, предсказанная – 60,08 МПа; б) действительная – 49,8 МПа, предсказанная – 50,05 МПа;
 в) действительная – 73,5 МПа, предсказанная – 74,4 МПа; г) действительная – 63,4 МПа, предсказанная – 64,76 МПа;
 д) действительная – 70,3 МПа, предсказанная – 72,15 МПа; е) действительная – 44,7 МПа, предсказанная – 43,12 МПа
Рисунок 3 – Прочности по «Ониксу» и определённые при помощи нейросети при анализе спектрограмм звуковых файлов

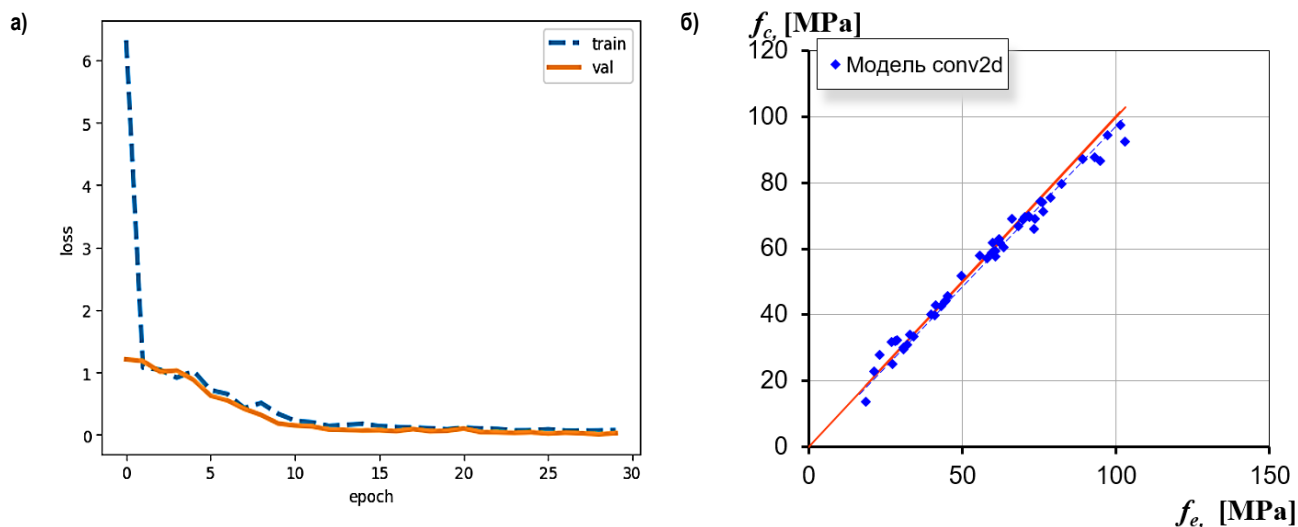


Рисунок 4 – а) функция минимизации ошибок при обучении СНС, б) распределение значений прочности бетона предсказанных с применением СНС – f_c и полученных неразрушающим методом контроля – f_e

Из рисунка 4б видно, что полученные с применением нейронной сети (модель *conv2d*) значения прочности бетона f_c имеют хорошее совпадение с тестовыми значениями f_e во всём диапазоне тестовых величин прочности. Данные, которые лежат вдоль тестовой прямой, а их глобальное среднее значение отклоняется в пределах 1–2 % в сторону запаса прочности.

Таблица 1 – Статистические параметры сравнения f_c и f_e

$(f_c/f_e)_{\min}$	$(f_c/f_e)_{\text{mid}}$	$(f_c/f_e)_{\max}$	$(f_c/f_e)_R$	$CV(f_c/f_e)$	MAE
0,733	0,992	1,212	0,479	0,074	2,424
$RMSE$	r	R^2	b	Δ	V_δ
3,248	0,994	0,955	1,027	0,015	0,08

Это подтверждают и данные таблицы 1. Параметры $(f_c/f_e)_{\min}$, $(f_c/f_e)_{\text{mid}}$ и $(f_c/f_e)_{\max}$ свидетельствуют о том, что максимальное превышение f_c над f_e составляет в пределах 21 %, а занижение – в пределах 27 %. Величина $(f_c/f_e)_{\text{mid}}$, равная 0,992, численно подтверждает занижение на 1 % величины глобального среднего значения прочности бетона, предсказанной нейронной сетью. Величина поправочного коэффициента b среднего отклонения f_e и f_c показывает отклонение среднего значения предсказанных значений прочности до 3 %. Отличие отклонения в сравнении с величиной $(f_c/f_e)_{\text{mid}}$ вызвано тем, что величина поправочного коэффициента b является практически обратной к $(f_c/f_e)_{\text{mid}}$.

Максимальный размах отношений f_c/f_e составляет 0,479, а коэффициент вариации – 0,074 или 7,4 %. Из источника [46] известно, что при значении коэффициента вариации меньше 10 % рассеивание данных в математической статистике принято считать относительно незначительным, а если значение коэффициента вариации не превышает 33 %, то совокупность считается однородной.

Среднее значение прочности бетона, полученное неразрушающим методом контроля, составило для тестовой выборки 57,478 МПа. Величины средней абсолютной ошибки $MAE = 2,424$ и квадратного корня из среднеквадратичной ошибки $RMSE = 3,248$ составляют 4,2 % и 5,7 % соответственно. Что также подтверждает достаточно высокую точность предсказания величины прочности бетона.

7 Выводы

Статистический анализ достоверности значений прочности бетона, предсказанных с применением разработанной СНС – f_c (модель *conv2d*), и тестовых значений прочности f_e , полученных неразрушающим методом контроля для готовых железобетонных конструкций, показал достаточно высокую предсказательную способность модели с высоким уровнем корреляции (коэффициент корреляции $r = 0,994$, коэффициент детерминации $R^2 = 0,955$) и небольшой ошибкой модели (величина средней ошибки модели $\Delta = 0,015$ и коэффициента вариации вектора ошибок $\delta - V_\delta = 0,08$).

8 Заключение и рекомендации дальнейшего развития исследований

1. В настоящий момент прямые эксперименты являются практически безальтернативным по точности средством определения прочности бетона на осевое сжатие, вместе с тем такие методы не всегда применимы по целому ряду причин. Альтернативные методы, к которым относят неразрушающий контроль прочности, нашли широкое применение в строительстве. Они дешёвые, проверены практикой и достаточно точны, тем не менее, указанный спектр методов не является общедоступным любому человеку. В статье впервые предложен эффективный способ определения прочности на осевое сжатие, имея под рукой только стандартный портативный гаджет с микрофоном (например, мобильный телефон системы Android), и молоток, что станет интуитивно понятно даже неспециалисту, занимающемуся стройкой на личной территории.

2. В случае наличия в распоряжении специального прибора неразрушающего контроля, точность определения прочности бетона может быть весьма высока, если прибор соответствующим образом проверен, тарирован и сертифицирован. Имея же доступ к соответствующей программе (браузеру в Интернете с интуитивным интер-

фейсом), который может быть легко предоставлен пользователю через телефон, любой человек (неспециалист) на этапе строительства может контролировать прочность бетона конструкций в режиме онлайн. Свёрточная нейросеть воспринимая акустические данные от динамик телефона при простукивании молотком определённой области бетона, устанавливает связь между издаваемым звуковым сигналом и прочностью бетона. При этом, если увеличивать объём данных (дообучать нейросеть), то данный метод по точности определения прочности может превзойти точность традиционных (также базирующихся на статистике) неразрушающих методов контроля. Более того, мы полагаем, что данный метод может быть подстроен под множество других задач, где физико-механические свойства материала тем или иным образом связаны с акустическими свойствами упругопластического тела.

3. В дальнейшем планируется дообучить и усовершенствовать нейросеть и применить при оценке прочности бетона на любых объектах.

Список цитированных источников

1. Selcuka, S. A metaheuristic-guided machine learning approach for concrete strength prediction with high mix design variability using ultrasonic pulse velocity data / S. Selcuka, P. Tang // *Developments in the Built Environment*. – October 2023. – Vol. 15, 100220. – P. 1–14.
2. Breyse, D. Non-destructive evaluation of concrete strength: an historical review and a new perspective by combining NDT methods / D. Breyse // *Construction and Building Materials*. – 2012. – Vol. 33. – P. 139–163.
3. Kewalramani, Manish A. Concrete compressive strength prediction using ultrasonic pulse velocity through artificial neural networks / M. A. Kewalramani, R. Gupta // *Automation in Construction*. – May 2006. – Vol. 15, iss. 3. – P. 374–379.
4. Trtnik, G. Prediction of concrete strength using ultrasonic pulse velocity and artificial neural networks / G. Trtnik, F. Kavcic, G. Turk // *Ultrasonics*. – January 2009. – Vol. 49, iss. 1. – P. 53–60.
5. Hola, J. Nondestructive identification of delaminations in concrete floor toppings with acoustic methods / J. Hola, L. Sadowski, K. Schabowicz // *Automation in Construction*. – November 2011. – Vol. 20, iss. 7. – P. 799–807.
6. Davis, A. G. The nondestructive impulse response test in North America: 1985–2001 / A. G. Davis // *NDT & E International*. – June 2003. – Vol. 36, iss. 4. – P. 185–193.
7. BS 1881: Part 207-1992. Testing of Concrete. Recommendations for the Assessment of Concrete Strength by Near-to-Surface Tests. British Standard Institution, 2 Park Street, W1A 2BS London, UK, 1992.
8. DIN ISO 8046:1982. German Standard. Hardened Concrete – Determination of Pullout Strength (Deutsche Norm: Festbeton Bestimmung der Ausziehfestigkeit). German Institute for Standardisation, Berlin, Germany, 1982.
9. DS 423.31:1984 Danish Standard. Testing of Concrete. Hardened Concrete. Pull-out Strength (Dansk standard. Betonproving. Haerdnet beton. Udtraeksproving). Danish Standards Institute, Hellerup, Denmark, 1984.
10. ISO/DIS 8046. Hardened Concrete – Determination of Pullout Strength. International Organisation for Standardisation, Geneva, Switzerland, 1982.
11. SS 13 72 38. Swedish Standard. Testing of Concrete. Hardened Concrete. Pull-out Strength (Betonproving-hardnad beton-udtragsprov). Swedish Standards Institute, Stockholm, Sweden, 1983.
12. ASTM C 900-87. Standard Test Method for Pullout Strength of Hardened Concrete. American Society for Testing and Materials, Philadelphia, USA.
13. Improving Non-Destructive Test Results Using Artificial Neural Networks / Yi-Fan Shih [et al.] // *International Journal of Machine Learning and Computing*. – December 2015. – Vol. 5, No. 6. – P. 480–483.
14. Qasrawi, H. Y. Concrete strength by combined nondestructive methods simply and reliably predicted / H. Y. Qasrawi // *Cement and Concrete Research*. – 2000. – Vol. 30, No. 5. – P. 739–746.

15. Using ANNs to improve prediction accuracy for rebound hammers / W. L. Huang [et al.] // *Taiwan Highway Engineering*. – 2001. – Vol. 37, no. 2. – P. 2–18.
16. Hoùà, J. Application of artificial neural networks to determine concrete compressive strength based on non-destructive tests / J. Hoùà, K. Schabowicz // *Journal of Civil Engineering and Management*. – 2005. – Vol. XI, No. 1. – P. 23–32.
17. Waszczyszyn, Z. Neural Networks in the Analysis and Design of Structures / Z. Waszczyszyn // *CISM Courses and Lectures*. – Springer, Wien-New York, 1999. – No 404. – 307 p.
18. Hajela, P. Neural Networks in Structural Analysis and Design: an Overview / P. Hajela, L. Berke // *Computing Systems in Engineering*. – 1992. – Vol 3, iss. 1–4. – P. 525–538.
19. Kaveh, A. Prediction of Strength for Concrete Specimens Using Artificial Neural Networks / A. Kaveh, A. Khalegi // *Advances in Engineering Computational Technology* / ed. B. H. V. Topping. – Edinburgh : Civil Comp Press, 1998. – P. 165–171.
20. Quantitative Nondestructive Evaluation with Ultrasonic Method Using Neural Networks and Computational Mechanics / A. Oishi [et al.] // *Computational Mechanics*. – 1995. – Vol 15, No 6. – P. 521–533.
21. Williams, T. P. Neural Network for Predicting Concrete Strength / T. P. Williams, A. Khajuria, P. Balaguru // *Proc. of the 8th National Conference on Computing in Civil Engineering and Geographic Information Symposium, Dallas, June 7–9, 1992* / ed. B. J. Goodno, J. R. Wright. – ASCE, NY, 1992. – P. 1082–1088.
22. Kasperkiewicz, J. HPC Strength Prediction Using Artificial Neural Network / J. Kasperkiewicz, J. Racz, A. Dubrawski // *Journal of Computing in Civil Engineering*. – 1995. – Vol 9, iss. 4. – P. 279–283.
23. Schabowicz, K. Non-destructive Identification of Compressive Strength of Concrete by Means of Neural Networks / K. Schabowicz // *PhD thesis, Institute of Building Engineering, Wrocław University of Technology, Wrocław, 2003*.
24. Hoùà, J. Attempt at Neural Identification of the Strength of High-Grade Concrete on the Basis of Nondestructive Tests / J. Hoùà, K. Schabowicz // *Proc. of 4th International Conference on Developments in Building Technology*. – Bratislava, 2001. – P. 214–219.
25. Hoùà, J. Neural Identification of the Strength of Concrete on the Basis of Non-destructive Tests / J. Hoùà, K. Schabowicz // *Proc. of the 8th International Conference Modern Building Materials, Structures and Techniques, Vilnius, 19–22 May 2004. Selected papers* / ed. E. K. Zavadskas, P. Vainiūnas, F. M. Mazzolani. – Vilnius : Technika, 2004. – P. 51–54.
26. Schabowicz, K. Artificial Neural Networks as Applied to Identification of the HPC Strength Using NDT / K. Schabowicz, J. Hoùà // *Proc. of 5th International Conference in Cancun*. – Mexico 2002. – P. 300–317.
27. Hoùà, J. Practical Verification of Nondestructive Neural Network Concrete Strength Assessment / J. Hoùà, K. Schabowicz // *Abstracts of Proc. of the 8th International Conference Modern Building Materials, Structures and Techniques, 19–22 May 2004*. – Vilnius : Technika, 2004. – P. 48–49.
28. Lee, S.-Ch. Prediction of concrete strength using artificial neural networks / Seung-Chang Lee // *Engineering Structures*. – June 2003. – Vol. 25, Iss. 7. – P. 849–857.
29. Hòla, J. New technique of nondestructive assessment of concrete strength using artificial intelligence / J. Hòla, K. Schabowicz // *NDT & E International*. – June 2005. – Vol. 38, iss. 4. – P. 251–259.
30. Combining NDT techniques for improved evaluation of concrete properties / Z. M. Sbartai [et al.] // *Cement Concr. Compos*. – 2012. – No. 34 (6). – P. 725–733.
31. Yeh, I. C. Optimization of concrete mix proportioning using a flattened simplex – centroid mixture design and neural networks / I. C. Yeh // *Eng. Comput*. – 2009. – No. 25 (2). – P. 179–190.
32. Cooley, James W. An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series / James W. Cooley, John W. Tukey // *Math. Comput*. – 1965. – No. 19. – P. 297–301.
33. Zadeh, Lotfi A. Fuzzy Logic, Neural Networks, and Soft Computing / Lotfi A. Zadeh // *Communications of the ACM*. – March 1994. – Vol. 37. No. 3. – P. 77–84.
34. Галушкин, А. И. Синтез многослойных систем распознавания образов / А. И. Галушкин. – М. : Энергия, 1974. – 368 с.
35. Головки, В. А. Нейросетевые технологии обработки данных: учеб. пособие / В. А. Головки, В. В. Краснопрошин. – Минск : БГУ, 2017. – 263 с.
36. Backpropagation applied to handwritten zip code recognition / Y. Le Cun [et al.] // *Neural computation*. – 1989. – № 1 (4). – P. 541–551.
37. Object recognition with gradient-based learning / Y. Le Cun [et al.] // *In shape, contour and grouping in computer vision*. – B.; Heidelberg, 1999. – P. 319–345.
38. Gradient-based learning applied to document recognition / Y. Le Cun [et al.] // *Proc. of the IEEE*. – 1998. – № 86 (11). – P. 2278–2324.
39. Чунаев, П. В. Анализ и разработка алгоритмов: учеб.-метод. пособие / П. В. Чунаев, К. О. Боченина. – СПб. : Университет ИТМО, 2020. – 33 с.
40. Adam: A Method for Stochastic Optimization [Electronic resource]. – Mode of access: <https://arxiv.org/abs/1412.6980>. – Date of access: 14.12.2023.
41. Градиентный алгоритм первого порядка для стохастических целевых функций, основанный на адаптивных оценках моментов нижнего порядка [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://medium.com/analytics-vidhya/a-complete-guide-to-adam-and-rmsprop-optimizer-75f4502d83be>. – Дата доступа: 14.12.2023.
42. Python programming language and Tensorflow framework [Electronic resource]. – Mode of access: <https://www.tensorflow.org/about/bib>. – Date of access: 22.10.2023.
43. Нормализация данных [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Batch-normalization#cite_note-2. – Дата доступа: 15.11.2023.
44. Пакетная нормализация: Ускорение обучения глубоких сетей за счет уменьшения смещения внутренних ковариат, 2016 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://arxiv.org/abs/1502.03167>. – Дата доступа: 15.11.2023.
45. Основы проектирования строительных конструкций = Основы проектирования будауничых канструкцый : ТКП EN 1990-2011. – Введ. 15.11.2012. – Минск : CEN/TC 250 «Конструкционные Еврокоды» : Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь, 2011. – 70 с.
46. Коэффициент вариации (Variation coefficient) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://wiki.loginom.ru/articles/variation-coefficient.html>. – Дата доступа: 28.02.2024.

References

1. Selcuka, S. A metaheuristic-guided machine learning approach for concrete strength prediction with high mix design variability using ultrasonic pulse velocity data / S. Selcuka, P. Tang // *Developments in the Built Environment*. – October 2023. – Vol. 15, 100220. – P. 1–14.
2. Breyse, D. Non-destructive evaluation of concrete strength: an historical review and a new perspective by combining NDT methods / D. Breyse // *Construction and Building Materials*. – 2012. – Vol. 33. – P. 139–163.
3. Kewalramani, Manish A. Concrete compressive strength prediction using ultrasonic pulse velocity through artificial neural networks / M. A. Kewalramani, R. Gupta // *Automation in Construction*. – May 2006. – Vol. 15, iss. 3. – P. 374–379.
4. Trtnik, G. Prediction of concrete strength using ultrasonic pulse velocity and artificial neural networks / G. Trtnik, F. Kavcic, G. Turk // *Ultrasonics*. – January 2009. – Vol. 49, iss. 1. – P. 53–60.
5. Hòla, J. Nondestructive identification of delaminations in concrete floor toppings with acoustic methods / J. Hòla, L. Sadowski, K. Schabowicz // *Automation in Construction*. – November 2011. – Vol. 20, iss. 7. – P. 799–807.
6. Davis, A. G. The nondestructive impulse response test in North America: 1985–2001 / A. G. Davis // *NDT & E International*. – June 2003. – Vol. 36, iss. 4. – P. 185–193.
7. BS 1881: Part 207-1992. Testing of Concrete. Recommendations for the Assessment of Concrete Strength by Near-to-Surface Tests. British Standard Institution, 2 Park Street, W1A 2BS London, UK, 1992.

8. DIN ISO 8046:1982. German Standard. Hardened Concrete – Determination of Pullout Strength (Deutsche Norm: Festbeton Bestimmung der Ausziehfestigkeit). German Institute for Standardisation, Berlin, Germany, 1982.
9. DS 423.31:1984 Danish Standard. Testing of Concrete. Hardened Concrete. Pull-out Strength (Dansk standard. Betonprovning. Haerdnet beton. Udtraeksprovning). Danish Standards Institute, Hellerup, Denmark, 1984.
10. ISO/DIS 8046. Hardened Concrete – Determination of Pullout Strength. International Organisation for Standardisation, Geneva, Switzerland, 1982.
11. SS 13 72 38. Swedish Standard. Testing of Concrete. Hardened Concrete. Pull-out Strength (Betonprovning-hardnad beton-udtragsprov). Swedish Standards Institute, Stockholm, Sweden, 1983.
12. ASTM C 900-87. Standard Test Method for Pullout Strength of Hardened Concrete. American Society for Testing and Materials, Philadelphia, USA.
13. Improving Non-Destructive Test Results Using Artificial Neural Networks / Yi-Fan Shih [et al.] // International Journal of Machine Learning and Computing. – December 2015. – Vol. 5, No. 6. – P. 480–483.
14. Qasrawi, H. Y. Concrete strength by combined nondestructive methods simply and reliably predicted / H. Y. Qasrawi // Cement and Concrete Research. – 2000. – Vol. 30, No. 5. – P. 739–746.
15. Using ANNs to improve prediction accuracy for rebound hammers / W. L. Huang [et al.] // Taiwan Highway Engineering. – 2001. – Vol. 37, no. 2. – P. 2–18.
16. Hoùà, J. Application of artificial neural networks to determine concrete compressive strength based on non-destructive tests / J. Hoùà, K. Schabowicz // Journal of Civil Engineering and Management. – 2005. – Vol. XI, No 1. – P. 23–32.
17. Waszczyszyn, Z. Neural Networks in the Analysis and Design of Structures / Z. Waszczyszyn // CISM Courses and Lectures. – Springer, Wien-New York, 1999. – No 404. – 307 p.
18. Hajela, P. Neural Networks in Structural Analysis and Design: an Overview / P. Hajela, L. Berke // Computing Systems in Engineering. – 1992. – Vol 3, iss. 1–4. – P. 525–538.
19. Kaveh, A. Prediction of Strength for Concrete Specimens Using Artificial Neural Networks / A. Kaveh, A. Khalegi // Advances in Engineering Computational Technology / ed. B. H. V. Topping. – Edinburgh : Civil Comp Press, 1998. – P. 165–171.
20. Quantitative Nondestructive Evaluation with Ultrasonic Method Using Neural Networks and Computational Mechanics / A. Oishi [et al.] // Computational Mechanics. – 1995. – Vol 15, No 6. – P. 521–533.
21. Williams, T. P. Neural Network for Predicting Concrete Strength / T. P. Williams, A. Khajuria, P. Balaguru // Proc. of the 8th National Conference on Computing in Civil Engineering and Geographic Information Symposium, Dallas, June 7–9, 1992 / ed. B. J. Goodno, J. R. Wright. – ASCE, NY, 1992. – P. 1082–1088.
22. Kasperkiewicz, J. HPC Strength Prediction Using Artificial Neural Network / J. Kasperkiewicz, J. Racz, A. Dubrawski // Journal of Computing in Civil Engineering. – 1995. – Vol 9, iss. 4. – P. 279–283.
23. Schabowicz, K. Non-destructive Identification of Compressive Strength of Concrete by Means of Neural Networks / K. Schabowicz // PhD thesis, Institute of Building Engineering, Wrocław University of Technology, Wrocław, 2003.
24. Hoùà, J. Attempt at Neural Identification of the Strength of High-Grade Concrete on the Basis of Nondestructive Tests / J. Hoùà, K. Schabowicz // Proc. of 4th International Conference on Developments in Building Technology. – Bratislava, 2001. – P. 214–219.
25. Hoùà, J. Neural Identification of the Strength of Concrete on the Basis of Non-destructive Tests / J. Hoùà, K. Schabowicz // Proc. of the 8th International Conference Modern Building Materials, Structures and Techniques, Vilnius, 19–22 May 2004. Selected papers / ed. E. K. Zavadskas, P. Vainiūnas, F. M. Mazzolani. – Vilnius : Technika, 2004. – P. 51–54.
26. Schabowicz, K. Artificial Neural Networks as Applied to Identification of the HPC Strength Using NDT / K. Schabowicz, J. Hoùà // Proc. of 5th International Conference in Cancun. – Mexico 2002. – P. 300–317.
27. Hoùà, J. Practical Verification of Nondestructive Neural Network Concrete Strength Assessment / J. Hoùà, K. Schabowicz // Abstracts of Proc. of the 8th International Conference Modern Building Materials, Structures and Techniques, 19–22 May 2004. – Vilnius : Technika, 2004. – P. 48–49.
28. Lee, S.-Ch. Prediction of concrete strength using artificial neural networks / Seung-Chang Lee // Engineering Structures. – June 2003. – Vol. 25, Iss. 7. – P. 849–857.
29. Hoùà, J. New technique of nondestructive assessment of concrete strength using artificial intelligence / J. Hoùà, K. Schabowicz // NDT & E International. – June 2005. – Vol. 38, iss. 4. – P. 251–259.
30. Combining NDT techniques for improved evaluation of concrete properties / Z. M. Sbartai [et al.] // Cement Concr. Compos. – 2012. – No. 34 (6). – P. 725–733.
31. Yeh, I. C. Optimization of concrete mix proportioning using a flattened simplex – centroid mixture design and neural networks / I. C. Yeh // Eng. Comput. – 2009. – No. 25 (2). – P. 179–190.
32. Cooley, James W. An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series / James W. Cooley, John W. Tukey // Math. Comput. – 1965. – No. 19. – P. 297–301.
33. Zadeh, Lotfi A. Fuzzy Logic, Neural Networks, and Soft Computing / Lotfi A. Zadeh // Communications of the ACM. – March 1994. – Vol. 37, No. 3. – P. 77–84.
34. Galushkin, A. I. Sintez mnogoslownykh sistem raspoznavaniya obrazov / A. I. Galushkin. – M. : Energiya, 1974. – 368 s.
35. Golovko, V. A. Nejrosetevye tekhnologii obrabotki dannyh: ucheb. posobie / V. A. Golovko, V. V. Krasnoproshin. – Minsk : BGU, 2017. – 263 s.
36. Backpropagation applied to handwritten zip code recognition / Y. Le Cun [et al.] // Neural computation. – 1989. – № 1 (4). – P. 541–551.
37. Object recognition with gradient-based learning / Y. Le Cun [et al.] // In shape, contour and grouping in computer vision. – B.; Heidelberg, 1999. – P. 319–345.
38. Gradient-based learning applied to document recognition / Y. Le Cun [et al.] // Proc. of the IEEE. – 1998. – № 86 (11). – P. 2278–2324.
39. CHunaev, P. V. Analiz i razrabotka algoritmov: ucheb.-metod. posobie / P. V. CHunaev, K. O. Bochenina. – Spb. : Universitet ITMO, 2020. – 33 s.
40. Adam: A Method for Stochastic Optimization [Electronic resource]. – Mode of access: <https://arxiv.org/abs/1412.6980>. – Date of access: 14.12.2023.
41. Gradientnyj algoritm pervogo poryadka dlya stohasticheskikh celevykh funkciy, osnovannyj na adaptivnykh ocenkah momentov nizhnego poryadka [Elektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa: <https://medium.com/analytics-vidhya/a-complete-guide-to-adam-and-rmsprop-optimizer-75f4502d83be>. – Data dostupa: 14.12.2023.
42. Python programming language and Tensorflow framework [Electronic resource]. – Mode of access: <https://www.tensorflow.org/about/bib>. – Date of access: 22.10.2023.
43. Normalizaciya dannyh [Elektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa: https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Batch-normalization#cite_note-2. – Data dostupa: 15.11.2023.
44. Paketnaya normalizaciya: Uskorenie obucheniya glubokih setej za schet umen'sheniya smeshcheniya vnutrennih kovariat, 2016 [Elektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa: <https://arxiv.org/abs/1502.03167>. – Data dostupa: 15.11.2023.
45. Osnovy proektirovaniya stroitel'nykh konstrukcij = Asnovy praektavannyya budaunichykh kanstrukcij : TKP EN 1990-2011. – Vved. 15.11.2012. – Minsk : CEN/TS 250 «Konstrukcionnye Evrokody» : Ministerstvo arhitektury i stroitel'stva Respubliki Belarus', 2011. – 70 s.
46. Koefficient variacii (Variation coefficient) [Elektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa: <https://wiki.loginom.ru/articles/variation-coefficient.html>. – Data dostupa: 28.02.2024.

Материал поступил 03.03.2024, одобрен 26.03.2024, принят к публикации 26.03.2024